

Національний технічний
університет України
"Київський
політехнічний інститут"

Аналіз процесів в напівпровідникових перетворювачах на основі графів



Автори:
Руденко В.С.,
Жуйков В.Я.,
Сучик В.Е.

Київ, 2010

ЗМІСТ

Вступ.....	2
1.МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ.....	4
1.1 Моделі вентилів та еквівалентні схеми перетворювачів.....	4
1.2 Математичні моделі перетворювачів.....	12
2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СХЕМ.....	20
2.1 Розрахунок методом припасовування.....	20
3. РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СХЕМ МЕТОДОМ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ.....	24
3.1 Представлення функцій впливу.....	24
3.2 Метод різницевих рівнянь.....	27
3.2.1 Вирішення рівнянь стану на міжкомутаційних інтервалах.....	28
3.2.2. Складання і рішення системи різницевих рівнянь.....	30
3.2.3. Складання і вирішення системи різницевих рівнянь у випадку постійних і періодичних впливів.....	34
Приклад 1.....	37
Приклад 2.....	40
Приклад 3.....	43
Приклад 4.....	43
Приклад 5.....	48
Приклад 6.....	50
4.РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СХЕМ НА ОСНОВІ ГРАФА ЗМІНИ СТАНІВ.....	52
4.1. Розрахунок перехідних процесів.....	52
4.2. Розрахунок усталених процесів.....	57
Приклад 1.....	59
Приклад 2.....	62
Приклад 3.....	64
Література.....	67

ВСТУП

-

-

1. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ

1.1 Моделі вентилів та еквівалентні схеми перетворювачів

Структура еквівалентної схеми перетворювача залежить від застосовуваних моделей напівпровідникових вентилів (діодів, тиристорів, транзисторів та ін.) і топології схеми самого перетворювача.

При розрахунку перетворювальних схем вентиля представляються моделями двох типів: нелінійними фізичними та кусочно-лінійними функціональними.

Нелінійні фізичні моделі, наприклад, Еберса-Молла, Бьюфоа-Спаркса, Линвілла та ін. [11, 17] застосовуються в тих випадках, коли необхідно, врахувати нелінійні властивості напівпровідникових елементів, при розрахунку швидкопротікаючих комутаційних або аварійних процесів. Вони дозволяють одержати детальну картину протікання процесів у перетворювачі, але складні та трудомісткі у використанні.

Кусочно-лінійні функціональні моделі [11, 12] застосовуються тоді, коли задана точність розрахунків може бути досягнута при заміні реальної нелінійної вольт-амперної характеристики (ВАХ) вентиля кусочно-лінійною апроксимацією. Найпоширеніші серед них моделі на основі апроксимації ВАХ двома відрізками прямої, названі ключовими. Вони показують функціонування вентиля як ключа з двома станами (відкритий, закритий), перехід між якими здійснюється миттєво. На рис.1.1 показані кусочно-лінійні апроксимації ВАХ і схеми заміщення діодів, відповідно R-(а), RS-(б) і S-(в) моделями [7]. Замикання ключа S на схемах рис.1.1 відповідає включенню вентиля, а розмикання - виключенню.

Звернемо увагу на топологію схем заміщення вентиля (рис. 1.1). При замиканні та розмиканні ключа S у схемі на рис.1.1, а зв'язок між вузлами A і K зберігається, дискретно змінюється лише значення опору, включеного між ними. Ця схема заміщення може бути зображена резистивним двополосником з дискретно змінюючимся опором R_{VD} , без ключа (рис.1.2), тобто вона має топологічно незмінну структуру. В протилежність їй у схемах на рис. 1.1, б, у при розмиканні ключа S існуючий раніше зв'язок між вузлами A і K розривається. Представити ці схеми заміщення еквівалентним двополосником (рис.1.2) не можна, тобто їх структура не є топологічно незмінною.

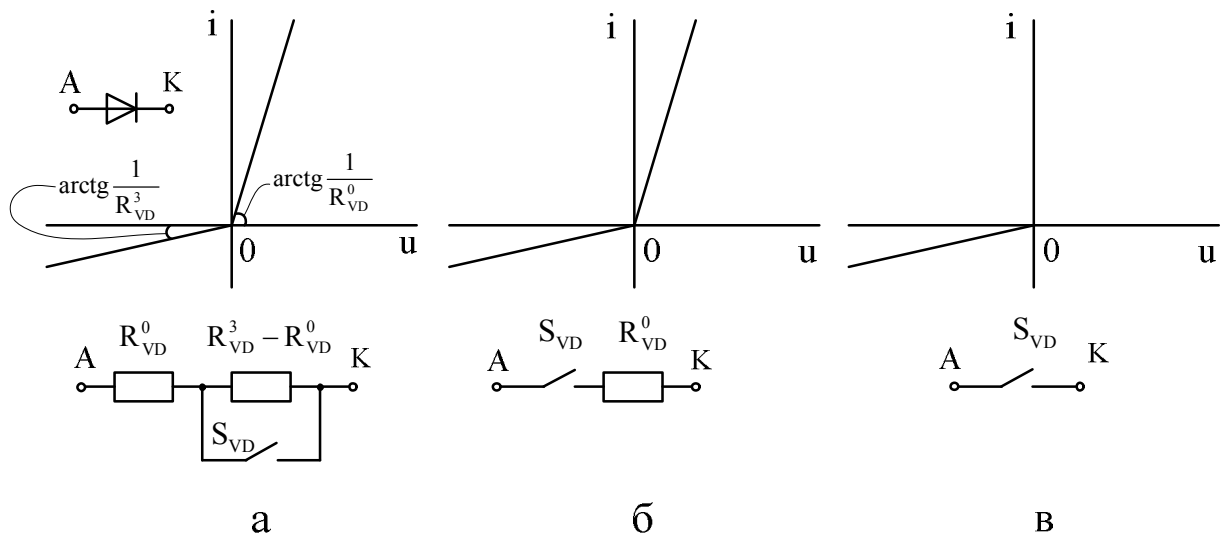


Рис. 1.1

Визначимо можливі види еквівалентних схем, що вийшли при використанні ключових моделей вентилів (рис. 1.1), для перетворювальних пристроїв основних класів: випрямлячів, інверторів, а також широтно-імпульсних перетворювачів.

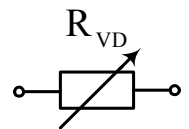


Рис.1.2

Розглянемо схему однофазного двопівперіодного випрямляча із середньою точкою (рис. 1.3), припускаючи, що вторинні обмотки трансформатора ідентичні [20]. У результаті заміни тиристорів і діода S-моделлями (рис. 1.1, в) одержимо схему (рис. 1.4,а), у якій виділена пунктиром підсхема замінюється генератором еквівалентної ЕРС (рис. 1.4,б). У загальному випадку схема на рис. 1.4,б зображується схемою з постійною структурою (рис. 1.5), що містить генератор еквівалентної ЕРС $e_{\ominus}(t)$ і лінійне пасивне навантаження $z_{\ominus} = z_H$. Форма еквівалентної ЕРС зображена на рис. 1.6.

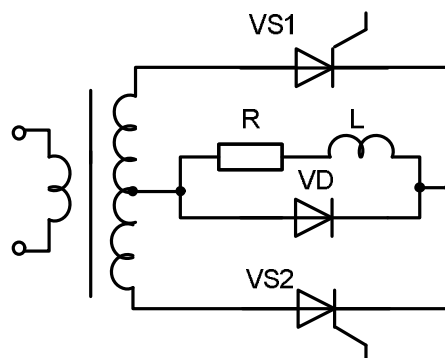


Рис. 1.3

Після заміни тиристорів і діода у розглянутій схемі їх R-моделлями (рис.1.1,а) отримаємо схему (рис.1.7,а) з резистивним дільником напруги

(виділений пунктиром). Перетворивши його, отримаємо еквівалентну схему (рис.1.7,б), де $R_{\mathcal{O}} = R_{VS}R_{VD} / (R_{VS} + R_{VD})$; $E_{\mathcal{O}} = ER_{\mathcal{O}} / R_{VS}$.

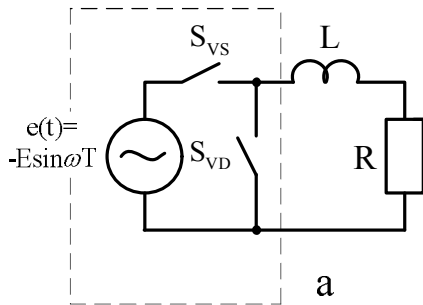


Рис.1.4

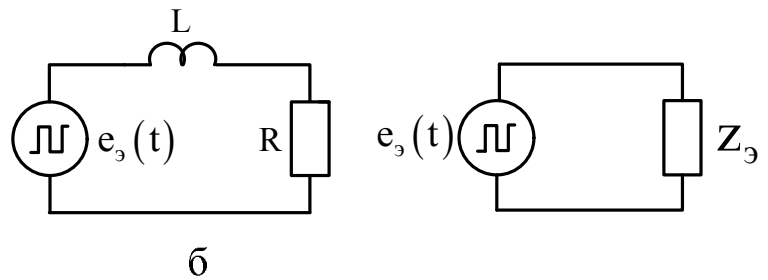


Рис.1.5

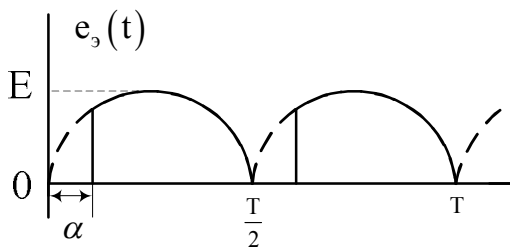


Рис.1.6

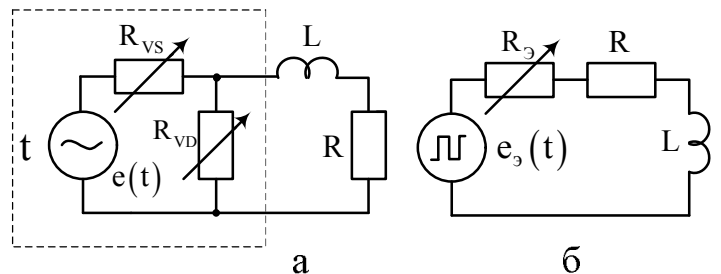


Рис.1.7

Опори R_{VS} та R_{VD} змінюються при комутаціях вентилів, тому $R_{\mathcal{O}}$ та $E_{\mathcal{O}}$ залежать від часу:

$$R_{\mathcal{O}} = \begin{cases} R_1, \text{ якщо } 0 \leq t \leq \tau; \\ R_2, \text{ якщо } \tau \leq t \leq T; \end{cases} \quad (1.1)$$

$$E_{\mathcal{O}} = \begin{cases} E_1, \text{ якщо } 0 \leq t \leq \tau; \\ E_2, \text{ якщо } \tau \leq t \leq T; \end{cases} \quad (1.2)$$

де

$$R_1 = (R_{VS}^0 R_{VD}^3) / (R_{VS}^0 + R_{VD}^3); \quad E_1 = ER_1 / R_{VS}^0;$$

$$R_2 = (R_{VS}^3 R_{VD}^0) / (R_{VS}^3 + R_{VD}^0); \quad E_2 = ER_2 / R_{VS}^3.$$

Пасивну частину схеми на рис. 1.7,б можна показати дво полюсником з опором z_H і перейти від цієї схеми до зображеної на рис. 1.8. Остання схема відповідає випадку різних R -моделей діода та тиристорів. В окремому випадку можна використовувати одну й ту ж саму R -модель для заміни і діода і тиристорів, тобто $R_{VS} = R_{VD}$. Тоді $R_{\mathcal{O}} = R_1 = R_2 = const$ і схема на рис.1.8 приводиться до схеми (рис. 1.5), де $z_{\mathcal{O}} = R_{\mathcal{O}} + z_H$.

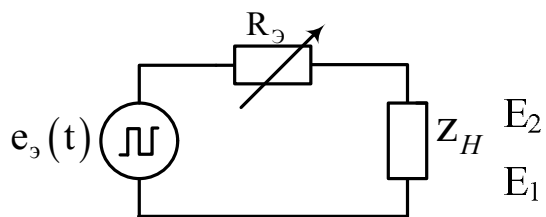


Рис.1.8

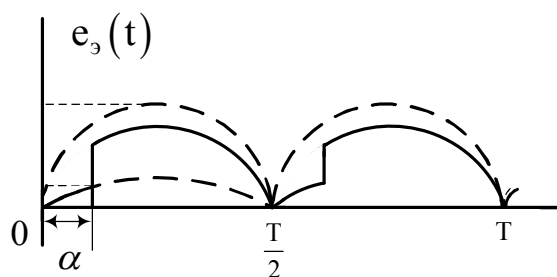


Рис.1.9

Еквівалентні схеми (рис.1.5 і 1.8) істотно відрізняються одна від одної. Обидві схеми мають постійну структуру та містять генератор еквівалентної ЕРС, форми яких зображені на рис.1.6 та 1.9. Однак, якщо в схемі (рис.1.5) параметри елементів постійні, то в схемі (рис.1.8) є змінний опір, тобто перша схема - це схема з постійними параметрами, а друга - зі змінними.

При моделюванні в схемі випрямляча (рис. 1.3) діода та тиристорів RS-моделями (див. рис. 1.1, б) отримаємо схему (рис.1.10), яку як і схему (див. рис. 1.7,а) можна привести до схеми, показаної на рис. 1.7,б. Параметри R_{γ} та E_{γ} у випадку RS-моделі можуть бути знайдені шляхом граничного переходу у виразах (1.1), (1.2):

$$R_1 = \lim_{R_{VD}^3 \rightarrow \infty} \frac{R_{VS}^0 R_{VD}^3}{R_{VS}^0 + R_{VD}^3} = R_{VS}^0;$$

$$R_2 = \lim_{R_{VS}^3 \rightarrow \infty} \frac{R_{VS}^3 R_{VD}^0}{R_{VS}^3 + R_{VD}^0} = R_{VD}^0;$$

$$E_1 = \lim_{R_{VD}^3 \rightarrow \infty} E \frac{R_1}{R_{VS}^0} = \lim_{R_{VD}^3 \rightarrow \infty} \frac{R_{VS}^0}{R_{VS}^0} = E;$$

$$E_2 = \lim_{R_{VS}^3 \rightarrow \infty} E \frac{R_2}{R_{VS}^3} = \lim_{R_{VS}^3 \rightarrow \infty} \frac{R_{VD}^0}{R_{VS}^3} = 0.$$

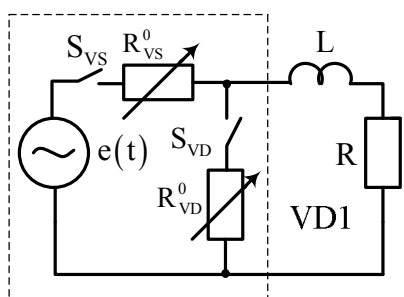


Рис.1.10

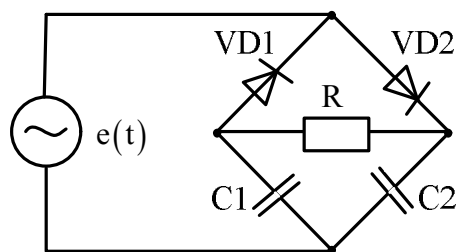


Рис.1.11

Вид результуючої еквівалентної схеми випрямляча залежить від співвідношення параметрів RS-моделей діода та тиристорів. У випадку

$R_{VS}^0 \neq R_{VD}^0$ випрямляч представляється еквівалентною схемою (рис. 1.8). Якщо ж $R_{VS}^0 = R_{VD}^0$, то він замінюється схемою (див. рис. 1.5). Форма еквівалентної ЕРС збігається із зображеною на рис.1.6.

Таким чином, для двопівперіодного випрямляча із середньою точкою можуть бути отримані еквівалентні схеми двох видів: 1) з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС; 2) з постійною структурою, змінними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС.

Розглянемо схему однофазного випрямляча (рис.1.11) з подвоєнням напруги (симетричного подвоювача напруги) [16]. Використання S-моделі (див. рис.1.1, в) діода для даної схеми позбавлено змісту, тому що приводить до необхідності вирішення некоректного завдання підключення джерела ЕРС до розрядженої ємності, коли напруга на ємності повинна змінитися стрибком.

При заміні діодів у схемі подвоювача (див.рис.1.11) їхніми R-моделями (рис.1.1,а) одержуємо еквівалентну схему (рис.1.12), що є схемою з постійною структурою та змінними параметрами. Виділити в схемі резистивний дільник, як це було в схемі на рис.1.7, а, не можна. Тому навіть при ідентичності R-моделей діодів звести її до більш простої схеми з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС не вдається.

Після заміни діодів у схемі подвоювача (рис.1.11) їхніми RS-моделями (див. рис.1.1, б) одержуємо еквівалентну схему (рис.1.13), що істотно відрізняється від розглянутих. Дотримуючись алгоритму перемикування діодів у симетричному подвоювачі напруги [16], одержуємо, що на кожному міжкомутаційному інтервалі еквівалентна схема приводиться до схеми рис.1.14,а,б,в,г, що відрізняється за структурою від існуючої на попередньому інтервалі. Причому, очевидно, що виділити еквівалентний генератор ЕРС у схемі (див.рис.1.3) не можна.

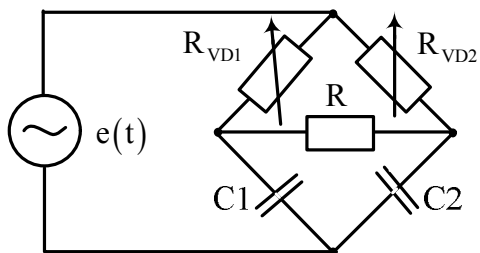


Рис.1.12

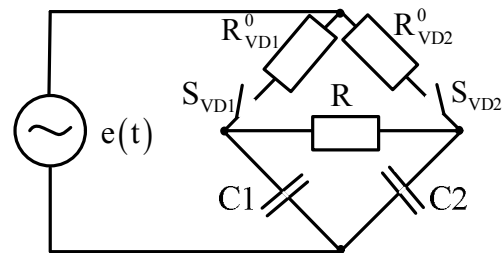


Рис.1.13

Еквівалентна схема (рис.1.13), що на кожному міжкомутаційному інтервалі приводиться до нової схеми з постійною структурою

(рис.1.14,а,б,в,г) і не може бути зведена до схеми з генератором еквівалентної ЕРС, являє собою третій вид еквівалентних схем перетворювачів - схему зі змінною структурою та змінними параметрами.

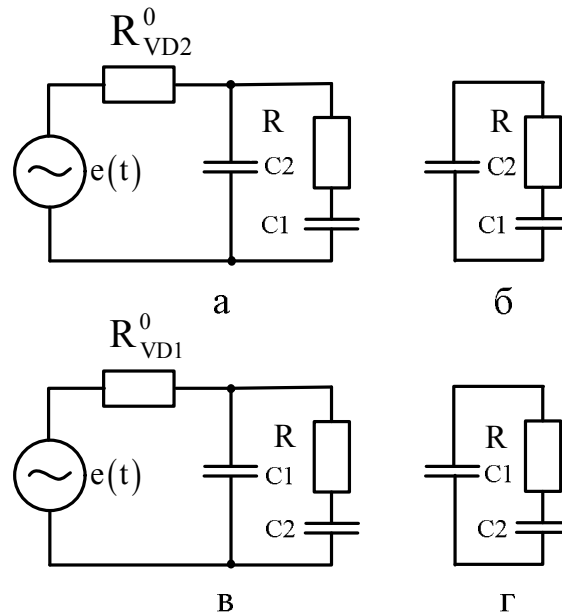


Рис.1.14

Однофазний двопівперіодний випрямляч із середньою точкою та випрямляч із подвоєнням напруги - типові представники випрямлячів. І хоча вони мають прості принципові схеми, їх схеми заміщення можуть істотно розрізнятися. Залежно від топології схеми випрямляча та використовуваної моделі вентиля можна виділити еквівалентні схеми:

с постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС;

с постійною структурою, змінними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС;

с змінною структурою та змінними параметрами.

Перейдемо до побудови еквівалентних схем інверторів. Із усього різноманіття схем візьмемо найпростіший однофазний інвертор напруги (рис.1.15) [16] у якому видно такі основні особливості інверторів, як симетрія схеми та формування різнополярної напруги (струму) на навантаженні.

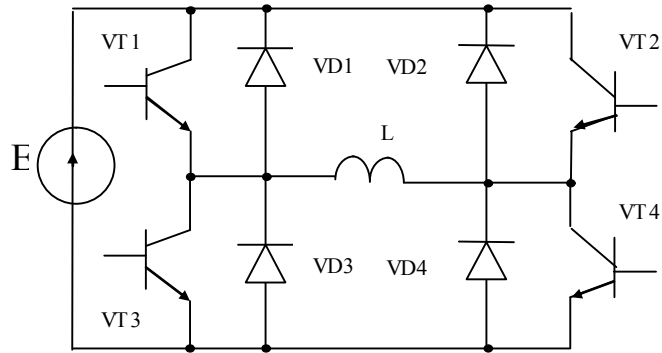


Рис. 1.15

У результаті заміни транзисторів і діодів у схемі інвертора (рис.1.15) їхніми S-моделями (див. рис.1.1,в) одержуємо схему (рис.1.16), що зводиться до еквівалентної схеми з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС (див. рис. 1.5). Форма еквівалентної ЕРС для інвертора зображена на рис.1.17.

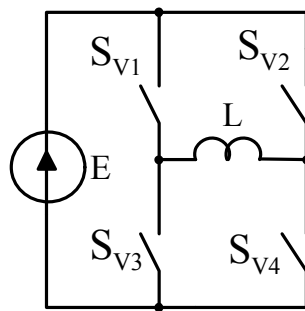


Рис.1.16

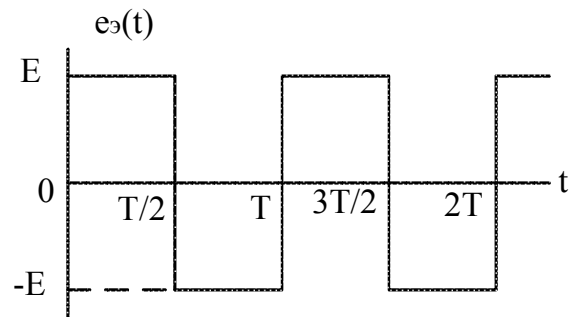


Рис.1.17

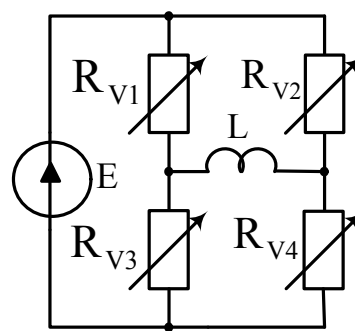


Рис.1.18

При використанні RS-моделей вентилів (див. рис.1.1,а) одержуємо еквівалентну схему з постійною структурою та змінними параметрами, у якій виділити генератор еквівалентної ЕРС не вдається.

Застосування RS-моделей вентилів (див. рис. 1.1,б) дає схему (рис. 1.19, а) у якій опори відкритих вентилів можуть бути винесені за вузли так,

як це зроблено в схемі на рис. 1.19,б. Перетворена схема в загальному випадку різних RS-моделей діодів і транзисторів ($R_{VD}^0 \neq R_{VT}^0$) зводиться до еквівалентної схеми з постійною структурою, змінними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС (рис. 1.8). При рівності опорів $R_{VT}^0 = R_{VD}^0$ одержуємо більш просту еквівалентну схему з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС (див. рис. 1.4, б та 1.5). Форма еквівалентної ЕРС та ж сама, що і при використанні S-моделей вентилів (рис.1.17).

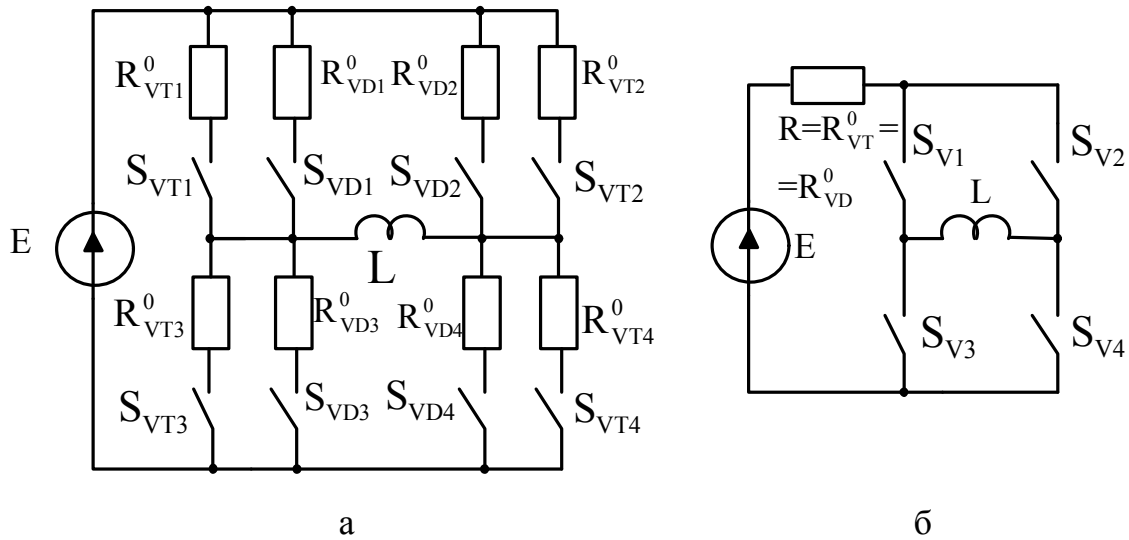


Рис.1.19

Вивчення інших схем інверторів показує, що вони, як і розглянута, зводяться до еквівалентних схем двох видів: з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС; з постійною структурою та змінними параметрами.

Дослідження еквівалентних схем широтно-імпульсних перетворювачів проведено в роботі [7]. Його результати дозволили встановити, що пристрою цього класу залежно від виду використовуваних моделей вентилів і топології схеми зводяться до тих же еквівалентним схемам, що та випрямлячі та інвертори.

Отже, отримані види еквівалентних схем є загальними для перетворювальних пристроїв при моделюванні вентилів ключовими моделями. Це дозволило ввести відповідну класифікацію перетворювачів по виду еквівалентної схеми (табл.1.1) [2] і використовувати її при виборі методів розрахунку конкретних перетворювальних схем.

Таблиця 1.1

Класи еквівалентних схем	Математичні моделі
Схеми з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС	Лінійні диференціальні рівняння та системи рівнянь із постійними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією в правій частині
Схеми з постійною структурою, змінними параметрами	Лінійні диференціальні рівняння та системи рівнянь зі змінними
Схеми зі змінною структурою, змінними параметрами	Лінійні диференціальні рівняння та системи рівнянь зі змінними коефіцієнтами та порядком

Представлені в таблиці.1.1 еквівалентні схеми отримані в припущенні, що включення і виключення вентилів відбувається миттєво. Інформація про моменти комутації в таблиці.1.1 не відображена, оскільки в даному навчальному посібнику розглядаються перетворювачі з раніше відомими моментами комутації вентилів.

1.2 Математичні моделі перетворювачів

Під математичною моделлю електричного ланцюга зазвичай приймають сукупність рівнянь (диференціальних, алгебраїчних, інтегральних), рішення яких описує струми і напруги її елементів [11, 17]. Встановимо відповідність між еквівалентними схемами перетворювачів і їх математичними моделями у вигляді диференціальних рівнянь

Спочатку розглянемо еквівалентну схему з постійною структурою, постійними параметрами і генератором еквівалентної ЕРС (див. рис. 1.5), вважаючи для визначеності, що навантаження рівне RL (див. рис. 1.4, б). Диференціальне рівняння відносно струму навантаження для схем (див. рис. 1.4, б) має вигляд.

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = e_Y(t), \quad (1.3)$$

тобто є лінійним диференціальним рівнянням першого порядку з постійними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією впливу, у правій частині.

Для більш складної еквівалентної схеми випрямляча з LC-фільтром (рис.1.20) диференціальне рівняння відносно напруги навантаження можна скласти в такий спосіб. Запишемо для схеми (рис.1.20) рівняння за законами Кірхгофа:

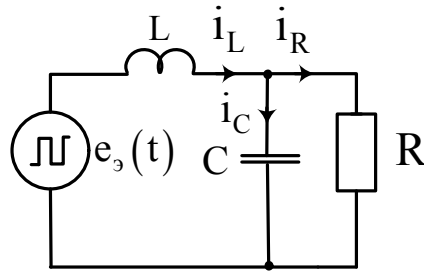


Рис.1.20

$$i_L(t) = i_R(t) + i_C(t); \quad (1.4)$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + R i_R(t) = e_3(t), \quad (1.5)$$

$$u_C(t) - R i_R(t) = 0 \quad (1.6)$$

Тоді за допомогою виразу (1.4) переписуємо рівняння (1.5)

$$L \frac{di(t)}{dt} [i_R(t) + i_C(t)] + R i_R(t) = e_3(t)$$

і підставляємо в нього вираз $i_R(t) = \frac{u_C(t)}{R}$ з 1.6. $i_C(t) = \frac{C du_C(t)}{dt}$

Маємо

$$L \frac{d}{dt} \left[\frac{u_C(t)}{R} + \frac{C du_C(t)}{dt} \right] + R \frac{u_C(t)}{R} = e_3(t),$$

звідки, враховуючи, що напруга на навантаженні $u(t) = u_C(t)$, одержуємо шукане диференціальне рівняння

$$LC \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{du(t)}{dt} + u(t) = e_3(t).$$

Це рівняння, як і рівняння (1.3), є лінійним диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією впливу у правій частині, яке у загальному вигляді можна записати так:

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = e_{\vartheta}(t), \quad (1.7)$$

де $a_n \neq 0$.

Очевидно, що при будь-якій структурі пасивної частини еквівалентна схема перетворювача з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС описується лінійним диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією впливу у правій частині (1.7).

У тих випадках, коли необхідно розрахувати напругу (струм), не одного, а декількох або всіх елементів схеми, переходять від одного рівняння n -го порядку (1.7) до системи n диференціальних рівнянь першого порядку, яку найчастіше записують у вигляді системи рівнянь стану

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax + Be_{\vartheta}(t), \quad (1.8)$$

де x - вектор змінних стану; A і B - матричні коефіцієнти.

Визначаючи змінні стану, відзначають наступні їхні властивості [14,17]:

1. У якості змінних стану в електричних ланцюгах необхідно вибирати незалежні змінні: струми в індуктивностях і напруги на ємностях - які визначають порядок системи диференціальних рівнянь схеми. Тому число змінних стану завжди повинне дорівнювати порядку системи диференціальних рівнянь схеми.

2. Диференціальні рівняння відносно змінних стану легко записати в нормальній формі, тобто вирішеними відносно перших похідних змінних стану, що зручно при вирішенні їх спеціальними чисельними методами на ЕОМ.

3. Вибір у якості змінних стану струмів ємностей і напруг індуктивностей недоцільний, тому що при складанні рівнянь у нормальній формі (1.8) у їхніх правих частинах з'являється додатковий член, що містить перші похідні функцій впливу.

4. Перевагою вибору в якості змінних стану струмів в індуктивностях і напруг на ємностях є можливість безпосереднього контролю виконання законів комутації при різних перемиканнях вентилів.

Для переходу від диференціального рівняння (1.7) до системи (1.8) перетворимо його до вигляду

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} = -\frac{a_0}{a_n} x(t) - \frac{a_1}{a_n} \frac{dx(t)}{dt} - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt} + \frac{e_{\vartheta}(t)}{a_n} = e_{\vartheta}(t), \quad (1.9)$$

а потім введемо нові змінні

$$y_1(t) = x(t); \quad y_2(t) = \frac{dx(t)}{dt}; \quad \dots; \quad y_n(t) = \frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}}, \quad (1.10)$$

диференціюючи які, одержимо

$$\frac{dy_1(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}; \quad \frac{dy_2(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}; \quad \dots; \quad \frac{dy_n(t)}{dt} = \frac{d^n x(t)}{dt^n}; \quad (1.11)$$

Підставляючи вирази (1.10) у рівняння (1.9), (1.11), одержуємо систему рівнянь стану (1.8) у наступній формі

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{dy_1(t)}{dt} \\ \frac{dy_2(t)}{dt} \\ \dots \\ \frac{dy_{n-1}(t)}{dt} \\ \frac{dy_n(t)}{dt} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_{n-1}(t) \\ y_n(t) \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{a_n} \end{pmatrix}^T e_Y(t). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Система рівнянь стану (1.8), як і рівняння (1.7), може бути складена безпосередньо по рівняннях Кірхгофа для досліджуваної схеми за допомогою відповідних алгоритмів [17].

Складемо систему рівнянь стану для еквівалентної схеми перетворювача (див.рис.1.20). Вектор змінних стану формуємо у вигляді $x = \begin{pmatrix} i_L(t) & u_C(t) \end{pmatrix}^T$. Підставляємо в рівняння (1.4), (1.5) значення $i_R(t) = u_C(t) / R$; $i_C(t) = C du_C(t) / dt$, одержуємо

$$i_L(t) = \frac{u_C(t)}{R} + C \frac{du_C(t)}{dt};$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + R \frac{u_C(t)}{R} = e_3(t).$$

Вирішуємо отримане рівняння відносно похідних змінних стану:

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} i_L(t) - \frac{1}{RC} u_C(t); \quad (1.13)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L} u_C(t) + \frac{1}{L} e_3(t); \quad (1.14)$$

Об'єднуючи рівняння (1.13) і (1.14) у єдиному матричному записі, одержуємо

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{du_C(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L(t) \\ u_C(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} e_{\text{э}}(t)$$

- систему рівнянь стану вигляду (1.8) з постійними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією впливу, у першій частині.

Таким чином, математична модель еквівалентної схеми перетворювача з постійною структурою, постійними параметрами та генератором еквівалентної ЕРС представляється лінійним диференціальним рівнянням або системою лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією впливу у правій частині.

Перейдемо до розгляду еквівалентних схем перетворювачів з постійною структурою та змінними параметрами. Для схеми (див. рис.1.7, б), що містить генератор еквівалентної ЕРС, диференціальне рівняння для струму навантаження записуємо аналогічно рівнянню (1.3)

$$L \frac{di(t)}{dt} + [R + R_{\text{э}}(t)]i(t) = e_{\text{э}}(t), \quad (1.15)$$

де $R_{\text{э}}(t) = R_{\text{э}}$, що відрізняється від рівняння (1.3) наявністю змінного коефіцієнта $R + R_{\text{э}}(t)$ при змінній $i(t)$. Отже, рівняння (1.15) є лінійним диференціальним рівнянням зі змінними коефіцієнтами та кусочно-безперервною періодичною функцією впливу у правій частині. У загальному випадку воно має вигляд

$$a_n(t) \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \dots + a_1(t) \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = e_{\text{э}}(t) \quad (1.16)$$

і може бути приведене до системи рівнянь стану вигляду (1.12) зі змінними коефіцієнтами $-a_0(t)/a_n(t), \dots, a_{n-1}(t)/a_n(t), -1/a_n(t)$.

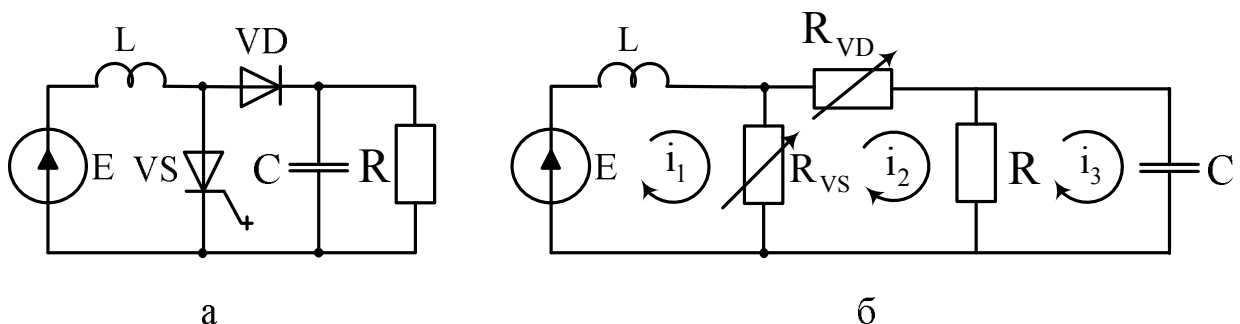


Рис.1.21

Складемо систему рівнянь стану для схеми широтно-імпульсного перетворювача з паралельним ключем (рис. 1.21, а) з двома змінними стану

$i_L(t)$ та $u_C(t)$. Еквівалентна схема перетворювача при моделюванні діода та тиристора R-моделями зображена на рис.1.21,б. У якості вихідних візьмемо рівняння для контурів схеми:

$$L \frac{di_1(t)}{dt} + R_{VS}i_1 - R_{VS}i_2 = E; \quad (1.17)$$

$$-R_{VS}i_1 + (R_{VS} + R_{VD} + R)i_2 - Ri_3 = 0; \quad (1.18)$$

$$-Ri_2 + Ri_3 + u_C = 0. \quad (1.19)$$

З рівняння (1.18) знаходимо

$$i_2 = \frac{R_{VS}i_1 + Ri_3}{R_{VS} + R_{VD} + R}$$

і підставляючи його в рівняння (1.17) і (1.19), одержуємо

$$L \frac{di_1}{dt} + \frac{R_{VS}(R_{VD} + R)i_1 - R_{VS}Ri_3}{R_{VS} + R_{VD} + R} = E; \quad (1.20)$$

$$u_C + \frac{(R_{VS} + R_{VD})Ri_3 - R_{VS}Ri_1}{R_{VS} + R_{VD} + R} = 0. \quad (1.21)$$

З рівняння (1.21) враховуючи, що $i_1 = i_L$, $i_3 = i_C = Cdu_C / dt$, знаходимо

$$u_C + \frac{Cdu_C}{dt} \frac{(R_{VS} + R_{VD})R}{R_{VS} + R_{VD} + R} - \frac{RR_{VS}}{R_{VS} + R_{VD} + R} i_L = 0;$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_{VS}R_{VD}}{(R_{VS} + R_{VD})L} i_L + \frac{R_{VS}}{(R_{VS} + R_{VD})L} u_C + \frac{1}{L} E. \quad (1.23)$$

Поєднуючи рівняння (1.22), (1.23) у єдиному матричному записі вигляду (1.8)

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{du_C}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{VS} + R_{VD}}{(R_{VS} + R_{VD})L} & \frac{R_{VS}}{(R_{VS} + R_{VD})L} \\ \frac{R_{VS}}{(R_{VS} + R_{VD})C} & -\frac{R_{VS} + R_{VD} + R}{(R_{VS} + R_{VD})RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L \\ u_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} E; \quad (1.24)$$

Складена система рівнянь стану (1.24) містить, як і рівняння (1.15), змінні коефіцієнти, тому що $R_{VS} = R_{VS}(t)$, $R_{VD} = R_{VD}(t)$ є функціями часу.

Таким чином, математична модель еквівалентної схеми перетворювача з постійною структурою та змінними параметрами представляється лінійним диференціальним рівнянням або системою рівнянь зі змінними коефіцієнтами. Систему рівнянь стану такої схеми будемо записувати у вигляді

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x + B(t)f(t), \quad (1.25)$$

де $f(t)$ - функція впливу, яка при наявності в схемі генератора еквівалентної ЕРС є кусочно-безперервною періодичною функцією.

Математична модель еквівалентної схеми перетворювача зі змінною структурою та змінними параметрами звичайно представляється системою рівнянь стану, тому що при переході від однієї структури до іншої необхідно дотримання законів комутації для змінних стану. Система рівнянь стану в загальному випадку має вигляд (1.25), але на кожному i -му інтервалі періоду зводиться до системи [15]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_i x + B_i f(t). \quad (1.26)$$

Одержимо системи (1.26) для еквівалентної схеми (рис. 1.22, а) широтно-імпульсного перетворювача (див. рис. 121, а) при моделюванні діода та тиристора RS -моделями. Скористаємося для цього граничним переходом при $R_{VS}^3, R_{VD}^3 \rightarrow \infty$ в рівняннях (1.22), (1.23) еквівалентної схеми з постійною структурою.

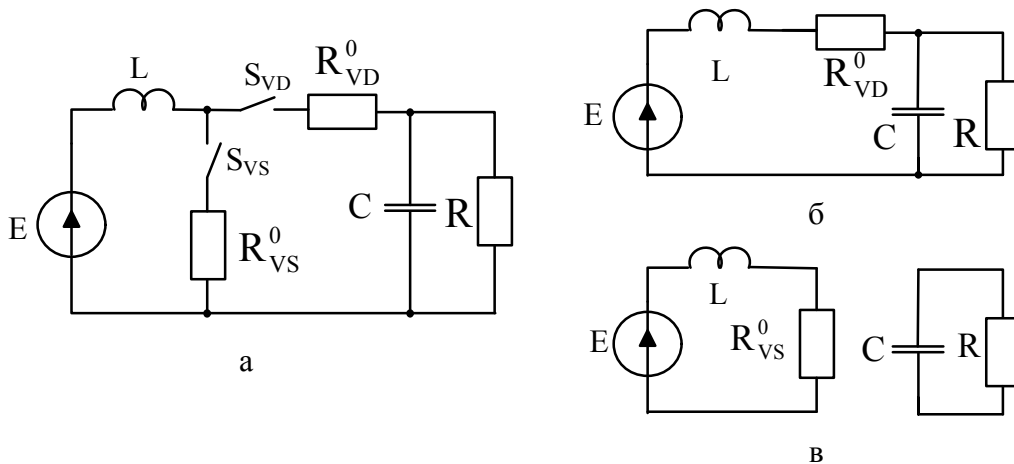


Рис.1.22

На першому інтервалі періоду ($i=1$) тиристор закритий, тобто $R_{VS}^3 \rightarrow \infty$ (рис. 1.22,б). Рівняння схеми

$$\frac{di_{L,1}}{dt} = \lim_{R_{VS}^3 \rightarrow \infty} \frac{di_L}{dt} = -\frac{R_{VD}^0}{L} i_L + \frac{1}{L} u_C + \frac{1}{L} E,$$

$$\frac{di_{C,1}}{dt} = \lim_{R_{VS}^3 \rightarrow \infty} \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} u_C,$$

звідки

$$A_1 = \begin{vmatrix} -\frac{R_{VD}^0}{L} & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{vmatrix}; \quad B_1 = \begin{vmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{vmatrix}.$$

На другому інтервалі періоду ($i=2$) тиристор відкритий, а закритий діод, тобто $R_{VD}^3 \rightarrow \infty$ (рис. 1.22, в). Рівняння схеми

$$\frac{di_{L,2}}{dt} = \lim_{R_{VD}^3 \rightarrow \infty} \frac{di_L}{dt} = -\frac{R_{VS}^0}{L} i_L + \frac{1}{L} E, \quad (1.27)$$

$$\frac{di_{C,2}}{dt} = \lim_{R_{VD}^3 \rightarrow \infty} \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC} u_C. \quad (1.28)$$

Останні рівняння не являють собою систему, тому що можуть бути вирішені незалежно одне від одного. Так у дійсності і має бути, тому що вони описують дві різні, не зв'язані між собою схеми, які не роблять на другому інтервалі ніякого впливу одна на одну (рис.1.22, в).

Отже, на першому інтервалі періоду схема зі змінною структурою (рис.1.22, а) описується системою двох рівнянь першого порядку або одним рівнянням другого порядку, а на другому - двома незалежними рівняннями першого порядку. Іншими словами, при переході від одного комутаційного інтервалу до іншого змінюються і коефіцієнти, і порядок диференціальних рівнянь. Формально рівняння (1.27), (1.28) можна об'єднати в записі (1.26) з коефіцієнтами

$$A_1 = \begin{vmatrix} -\frac{R_{VS}^0}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{vmatrix}; \quad B_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{vmatrix},$$

однак вирішувати рівняння можна тільки роздільно.

Таким чином, математична модель еквівалентної схеми перетворювача зі змінною структурою та змінними параметрами представляється лінійними диференціальними рівняннями або системами рівнянь, порядок і коефіцієнти яких змінюються при перемиканнях вентилів. Отримані три види математичних моделей, що відповідають трьом видам еквівалентних схем перетворювачів, перераховані в табл.1.1, що випереджає даний підрозділ.

Знаючи вид математичної моделі еквівалентної схеми, можна вибрати найбільш ефективний метод для розрахунку конкретної перетворювальної схеми [4]. Виклад методів розрахунку перетворювачів з розглянутими математичними моделями і присвячені наступні розділи даного посібника.

2. РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СХЕМ

2.1 Розрахунок методом припасовування

Для розрахунку усталеного значення струму $i_y(t)$ методом припасовування необхідно скласти рівняння для двох інтервалів безперервності функції впливу (див. рис. 1.17, 2.1). ці рівняння мають вигляд

$$\begin{aligned} L \frac{di_{y1}(t)}{dt} + Ri_{y1}(t) &= E, & nt \leq t \leq nT + T/2; \\ L \frac{di_{y2}(t)}{dt} + Ri_{y2}(t) &= -E, & nt + T/2 \leq t \leq (n+1)T, \end{aligned} \quad (2.1)$$

де $i_{y1}(t)$, $i_{y2}(t)$ - сталі значення струмів першого і другого інтервалів.

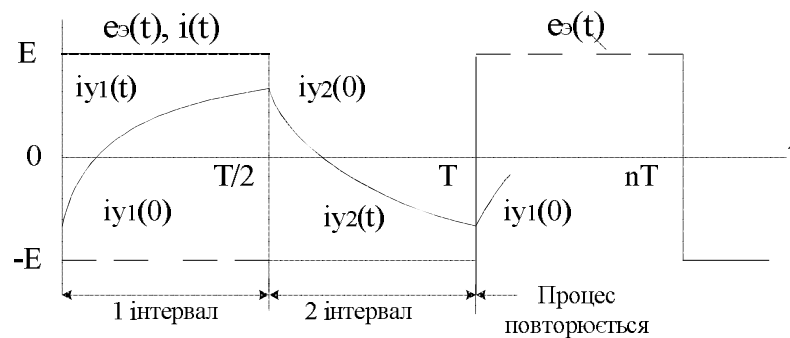


Рис.2.1

При визначенні усталеного струму в ланцюзі необхідно враховувати початкові значення струмів $i_{y1}(0)$, $i_{y2}(0)$ першого і другого інтервалів. Застосовуючи до системи рівнянь (2.1) безперервне перетворення Лапласа і вважаючи, що для першого і другого рівнянь початок відліку аргументу t збігається відповідно з початком першого і другого інтервалів, одержуємо

$$\begin{aligned} pLI_{y1}(p) - Li_{y1}(0) + RI_{y1}(p) &= E/p, & 0 \leq t \leq T/2 & \text{— для першого інтервалу;} \\ pLI_{y2}(p) - Li_{y2}(0) + RI_{y2}(p) &= -E/p, & 0 \leq t \leq T/2 & \text{— для другого інтервалу.} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Тоді зображення струмів

$$\begin{aligned}
I_{y_1}(p) &= \frac{Li_{y_1}(0)}{pL + R} + \frac{E}{p(pL + R)}, & 0 \leq t \leq T/2 - \text{для першого інтервалу;} \\
I_{y_2}(p) &= \frac{Li_{y_2}(0)}{pL + R} - \frac{E}{p(pL + R)}, & 0 \leq t \leq T/2 - \text{для другого інтервалу;}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Для визначення оригіналів $i_{y_1}(t)$ і $i_{y_2}(t)$ із системи рівнянь (2.3) скористаємося зворотнім перетворенням Лапласа. Знайдемо полюси функції $I_{y_1}(p)$ і $I_{y_2}(p)$ та застосуємо формулу розкладання (2.1). Тоді для першого рівняння системи (2.3) одержимо

$$\begin{aligned}
i_{y_1}(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{I_{y_1}(p)\} = \sum_k \text{Res} \left\{ \frac{Ee^{pt}}{\frac{d}{dp} p(pL + R)} \right\}_{\substack{p=p_k; k=1,2; \\ p_1=R/L; p_2=0;}} + \\
&+ \left[\frac{Li_{y_1}(0)}{\frac{d}{dp} [pL + R]} e^{pt} \right]_{\substack{p=p_k; k=1; \\ p_1=-R/L;}} \}, & 0 \leq t \leq T/2 - \text{для першого інтервалу;}
\end{aligned}$$

де \mathcal{L}^{-1} - символ зворотного перетворення Лапласа, або

$$i_{y_1}(t) = e^{-\frac{R}{L}t} i_{y_1}(0) + \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq T/2. \tag{2.4}$$

Аналогічно визначаємо усталений струм другого інтервалу

$$i_{y_2}(t) = e^{-\frac{R}{L}t} i_{y_2}(0) - \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq T/2. \tag{2.5}$$

З умов періодичності процесу можна записати, що значення струму наприкінці першого інтервалу є початковим значенням струму другого інтервалу, а значення струму наприкінці другого інтервалу - початковим значенням струму першого інтервалу, тобто

$$i_{y_1}(0) = i_{y_2}(T/2); \quad i_{y_2}(0) = i_{y_1}(T/2). \tag{2.6}$$

З огляду на умови (2.6), маємо для першого інтервалу

$$i_{y_1}(T/2) = i_{y_1}(0) e^{-\frac{RT}{L}} + \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{RT}{L}} \right) = i_{y_1}(0), \tag{2.7}$$

для другого інтервалу

$$i_{y_2}(T/2) = e^{-\frac{RT}{L}} i_{y_2}(0) - \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{RT}{L}} \right) = i_{y_1}(0), \tag{2.8}$$

Рівняння (2.7) і (2.8) становить систему відносно невідомих $i_{y1}(0)$ і $i_{y2}(0)$. Вирішуючи її, одержуємо

$$i_{y1}(0) = -\frac{E}{R} \frac{\left(1 - e^{-\frac{RT}{L2}}\right)}{\left(1 + e^{-\frac{RT}{L2}}\right)}; \quad i_{y2}(0) = \frac{E}{R} \frac{\left(1 - e^{-\frac{RT}{L2}}\right)}{\left(1 + e^{-\frac{RT}{L2}}\right)}.$$

Підставляючи значення $i_{y1}(0)$ і $i_{y2}(0)$ відповідно у вирази (2.4) і (2.5), остаточно знаходимо

$$i_{y1}(t) = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L2}}} e^{-\frac{R}{L}t}\right), \quad 0 \leq t \leq T/2 \text{ - для першого інтервалу; (2.9)}$$

$$i_{y2}(t) = -\frac{E}{R} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L2}}} e^{-\frac{R}{L}t}\right), \quad 0 \leq t \leq T/2 \text{ - для другого інтервалу; (2.10)}$$

Графіки усталеного струму навантаження, побудовані по рівняннях (2.9), (2.10), зображені на рис. 2.1.

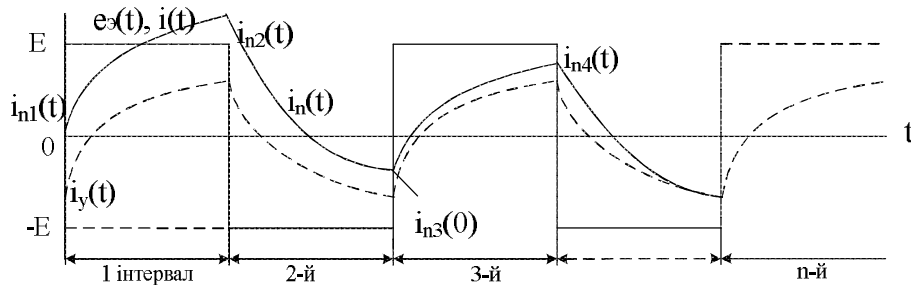


Рис.2.2

При визначенні перехідного струму $i_n(t)$ (рис. 2.2) необхідно послідовно вирішувати рівняння (2.4), (2.5), підставляючи в наступне рівняння початкові значення струмів, визначені з попереднього. В даному прикладі послідовність рішення буде мати такий вигляд: для першого інтервалу $i_{n1}(0) = 0$ [рівняння (2.4)]

$$i_{n1}(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), \quad 0 \leq t \leq T/2;$$

для другого інтервалу $i_{n1}(0) = i_{n1}(T/2)$ [рівняння (2.5)]

$$i_{n2}(0) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}} \right);$$

$$i_{n2}(t) = -\frac{E}{R} \left(1 - \left(2 - e^{-\frac{RT}{L^2}} \right) e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq T/2;$$

для третього інтервалу $i_{n3}(0) = i_{n2}(T/2)$ [рівняння (2.4)]

$$i_{n3}(0) = -\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}} \right)^2;$$

$$i_{n3}(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} - \left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}} \right)^2 e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq T/2;$$

і т.д.

Таким чином, при рішенні розглянутого завдання методом припасовування необхідно визначати початкові умови для кожного розглянутого інтервалу, тобто робити стикування або припасовування рішень у точках розриву функції впливу.

3. РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СХЕМ МЕТОДОМ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ

Метод різницевих рівнянь призначений для розрахунку перехідних і усталених процесів у перетворювачах, еквівалентні схеми яких мають змінну структуру та змінні параметри і описуються лінійними диференціальними рівняннями або системами рівнянь, порядок і коефіцієнти яких змінюється при переключенні вентилів. Метод також може бути використаний для розрахунку перетворювачів, еквівалентні схеми яких мають постійну структуру.

Метод різницевих рівнянь, як і метод окремих складових, дозволяє знаходити рішення в замкнутому вигляді та розраховувати усталений процес без розрахунку перехідного.

3.1 Представлення функцій впливу

Нехай функція впливу $f(t)$ - неперіодична. Представимо її сумою добутків періодичної кусочно-безперервної функції $f_T(t)$ з постійною амплітудою та неперіодичної решітчастої функції $f(n)$

$$f(t) = \sum_{j=1}^{\nu} f_{Tj}(t) f_j(n) f_0, \quad (3.1)$$

де f_0 - початкова амплітуда впливу.

Конкретний вигляд рівняння (3.1) визначається розглянутою функцією $f(t)$.

Наприклад, для впливу $f(t) = f_0 e^{\lambda t}$ ($\lambda < 0$) можна записати [10]

$$f(t) = f_0 e^{\lambda(n+\varepsilon)T} = f_0 e^{\lambda\varepsilon T} e^{\lambda n T}, \quad (3.2)$$

звідки $\nu = 1$; $f_{T,1}(t) = e^{\lambda\varepsilon T}$; $f_1(n) = e^{\lambda\varepsilon n T}$. Графіки цих функцій зображені на рис. 3.1.

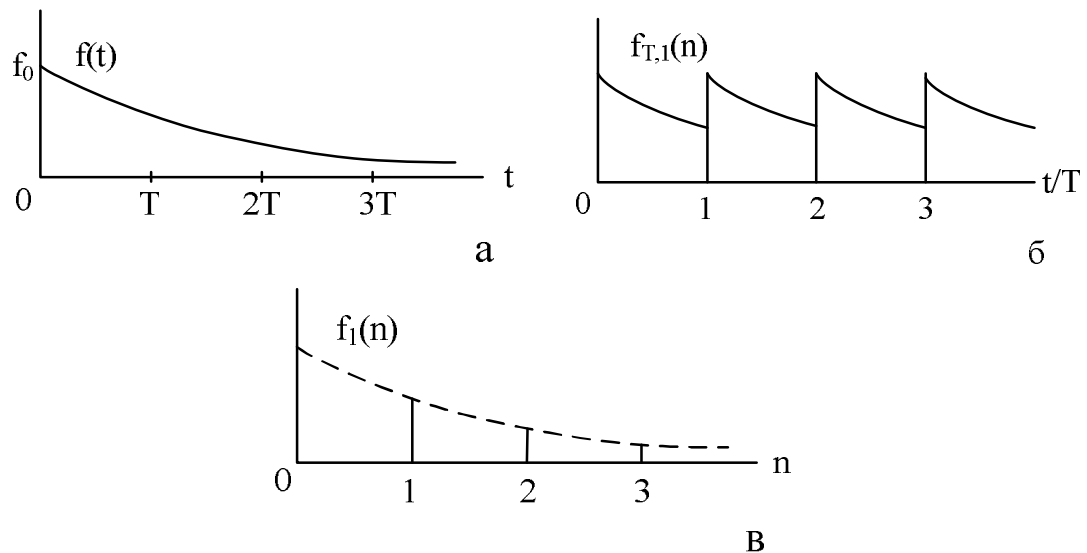


Рис.3.1

Рівняння (3.1) представляє неперіодичну функцію впливу у вигляді суперпозиції періодичної кусочно-безперервної функції незмінної амплітуди $f_T(t)$ і неперіодичної решітчастої функції $f(n)$ яка описує зміну амплітуди впливу від періоду до періоду, тобто неперіодичний вплив $f(t)$ можна розглядати як періодичний з амплітудою, що дискретно-змінюється за неперіодичним законом.

Нехай функція впливу $f(t)$ має T_f період не кратний T періоду роботи перетворювача. Як і неперіодичний вплив, представимо її сумою добутоків (3.1). Розглянемо найпоширеніші періодичні функції впливу - синусоїдальні.

У випадку $T_f > T$ для впливу $f(t) = f_0 \sin \omega t \left(\omega = \frac{2\pi}{T_f} \right)$ маємо [9]

$$f(t) = f_0 \sin(\omega \varepsilon T + \omega n T) \quad (3.3)$$

- вплив на n -му періоді роботи перетворювача, або

$$f(t) = f_0 \sin \omega \varepsilon T \cos \omega n T + f_0 \sin \omega n T \cos \omega \varepsilon T, \quad (3.4)$$

звідки $\nu = 2$; $f_{T,1}(t) = \sin \omega \varepsilon T$; $f_{T,2}(t) = \cos \omega \varepsilon T$; $f_1(n) = \cos \omega n T$
 $f_2(n) = \sin \omega n T$. Графіки цих функцій зображені на рис. 3.2.

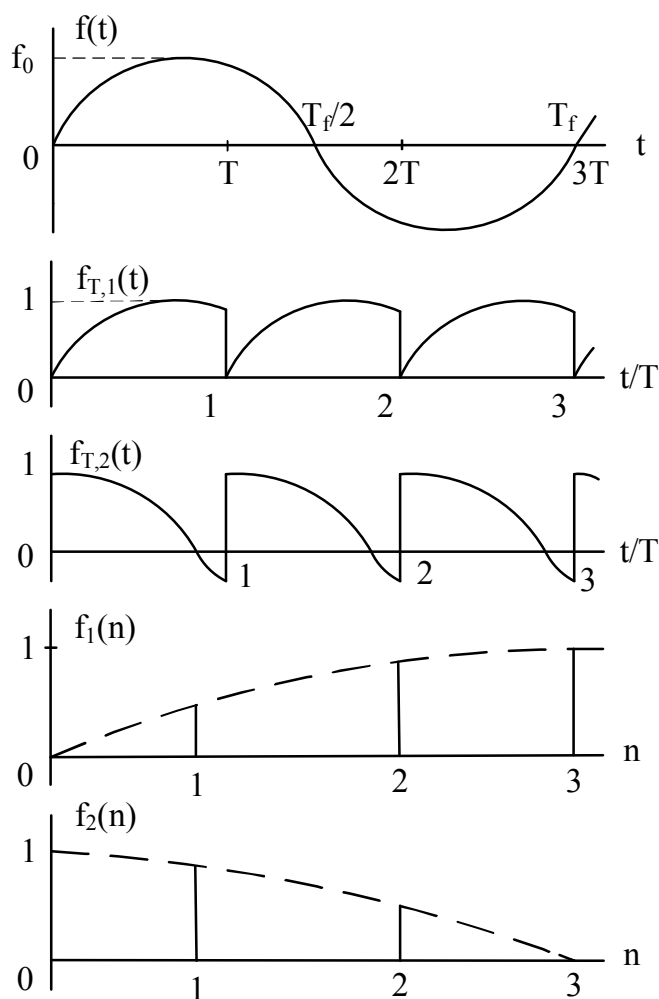


Рис. 3.2

У випадку $T_f < T$ для впливу $f(t) = f_0 \sin \omega n T \left(\omega = \frac{2\pi}{T_f} \right)$ маємо з урахуванням періодичності функції впливу

$$f(t) = f_0 \sin \omega(t - T_f) = f_0 \sin(\omega \varepsilon T + \omega n(T - T_f)).$$

Позначимо $\tau = T - T_f$, тоді

$$f(t) = f_0 \sin(\omega \varepsilon T + \omega n \tau) \quad (3.5)$$

- вплив на n -м періоді роботи перетворювача, або

$$f(t) = f_0 \sin \omega \varepsilon T \cos \omega \varepsilon \tau + f_0 \sin \omega n \tau \cos \omega \varepsilon T,$$

звідки $v = 2$; $f_{T,1}(t) = \sin \omega \varepsilon T$; $f_{T,2}(t) = \cos \omega \varepsilon T$; $f_1(n) = \cos \omega n \tau$;
 $f_2(n) = \sin \omega n \tau$.

Величина τ для випадку $T_f < T$ визначається з рівняння

$$\tau = T - sT_f,$$

де s - ціла частина відношення T/T_f . Для випадку $T_f > T$, як випливає з рівняння (3.3), $\tau = T$.

Рівняння (3.3) і (3.5) можна записати у вигляді

$$f(t) = f_0 \sin(\omega \varepsilon T + \varphi(n)),$$

де $\varphi(n)$ дорівнює $\omega n T$ або $\omega n \tau$, і розглядати як синусоїдальні впливи з фазою, що $\varphi(n)$ дискретно-змінюється.

Отже, у випадку періодичної функції впливу, з періодом, не кратним періоду роботи перетворювача, рівняння (3.1) представляє її у вигляді суперпозиції періодичної кусочно-безперервної функції незмінної амплітуди $f_T(t)$ та періодичної решітчастої функції $f(n)$, що показує в цьому випадку зміну фази синусоїдального впливу від періоду до періоду.

Рівняння (3.1) у векторній формі має вигляд

$$f(t) = \left\| f_{T,1} \quad \dots \quad f_{T,v}(t) \right\| \begin{pmatrix} \|f_1(n)\| \\ \dots \\ \|f_v(n)\| \end{pmatrix} f_0 \quad (3.6)$$

Якщо, у свою чергу, $f(t)$ - вектор, то вираз (3.6) можна записати так

$$f_1(n) f(t) = f_T(t) f(n) f_0, \quad (3.7)$$

де

3.2.1 Вирішення рівнянь стану на міжкомутаційних інтервалах

Найчастіше використовуваним методом вирішення рівнянь (1.13) і (1.14) є метод, заснований на безперервному перетворенні Лапласа [3, 13]. При його використанні спочатку за допомогою прямого перетворення Лапласа заміняють систему диференціальних рівнянь системою алгебраїчних рівнянь у комплексній області

$$pX(p) - x(t_{i-1}) = A_i X(p) + B_i F(p); \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i, \quad (3.9)$$

де $X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\}$; $pX(p) - x(t_{i-1}) = \mathcal{L}\{dx(t)/dt\}$; $F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}$;

\mathcal{L} - символ прямого перетворення Лапласа; $x(t_{i-1})$ - початкові умови змінних стану на i -м інтервалі, потім із системи алгебраїчних рівнянь (3.9) знаходять зображення рішення

$$X(p) = [pI - A_i]^{-1} \{x(t_{i-1}) + B_i F(p)\}; \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i, \quad (3.10)$$

де I - одинична матриця, і, нарешті, визначають оригінал рішення по зображенню (3.10) за допомогою зворотного перетворення Лапласа

$$x(t) = D(t - t_{i-1})x(t_{i-1}) + G(t - t_{i-1}); \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i, \quad (3.11)$$

де $D_i(t - t_{i-1}) = \mathcal{L}^{-1}\{[pI - A_i]^{-1}\}$; $G_i(t - t_{i-1}) = \mathcal{L}^{-1}\{[pI - A_i]^{-1} B_i F(p)\}$.

Отриманий вираз (3.11) описує електромагнітні процеси в перетворювачі на i -му інтервалі періоду і містить у якості невідомих вектор $x(t_{i-1})$ початкових умов змінних стану, які визначаються на другому етапі розрахунку.

Розглянемо вирішення системи рівнянь стану (1.13), (1.14) схеми перетворювача на i -му інтервалі n -го періоду його роботи ($t_{i-1} \leq t \leq t_i$) у випадку представлення впливу $f(t)$ рівнянням (3.7).

Запишемо систему рівнянь (1.13) і (1.14) у вигляді

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_i x(t) + B_i f_T(t) f(n) f_0, \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i; \quad (3.12)$$

і також використаємо для її вирішення безперервне перетворення Лапласа [8].

Другий доданок рівняння (3.12) містить решітчасті функції $f(n)$, що залежать від номера n . Однак у межах n -го періоду значення номера n - величина постійна, включаючи і граничні точки періоду при $\varepsilon \rightarrow 0$ і $\varepsilon \rightarrow 1$. Отже, на n -м періоді $f(n) = const$, тому перетворення Лапласа для другого доданку рівняння (3.12) з урахуванням теореми лінійності [13] має вигляд

$$\mathcal{Z}\{B_i f_T(t) f(n) f_0\} = \mathcal{Z}\{B_i f_T(n)\} f(n) f_0 = B_i F_T(p) f(n) f_0,$$

а операторне зображення всього рівняння (3.12) -

$$pX(p) - x(t_{i-1}) = A_i x(p) + B_i F_T(p) f(n) f_0; \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i; \quad n = const.$$

Операторне зображення шуканого рішення знаходиться аналогічно виразу (3.10)

$$X(p) = [pI - A_i]^{-1} \{x(t_{i-1}) + B_i F_T(p) f(n) f_0\}, \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i; \quad n = const.$$

Обчислення тимчасового оригіналу рішення системи рівнянь (3.12) виконується за допомогою зворотного перетворення Лапласа

$$x(t) = D_i(t - t_{i-1})x(t_{i-1}) + G_i(t - t_{i-1})f(n)f_0; \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i; \quad n = const \quad (3.13)$$

$$D_i(t - t_{i-1}) = \mathcal{Z}^{-1}\{[pI - A_i]^{-1}\}; \quad G_i(t - t_{i-1}) = \mathcal{Z}^{-1}\{[pI - A_i]^{-1} \times \\ \text{де} \quad \times B_i F_T(p) f(n) f_0\} = \mathcal{Z}^{-1}\{[pI - A_i]^{-1} B_i F_T(p)\} f(n) f_0.$$

Система рівнянь стану (3.12) і її рішення (3.13) є вихідними для складання системи різницевого рівнянь.

3.2.2. Складання і рішення системи різницевого рівнянь

Для складання системи різницевого рівнянь на другому етапі розрахунку вводиться відносний час $t/T = n + \varepsilon$ і вираз (3.13) на всіх m інтервалах періоду представляється у вигляді

$$x(n, \varepsilon) = D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})x(n - \gamma_{i-1}) + G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})f(n)f_0; \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.14)$$

де $\gamma_{i-1} = t_{i-1} / T - n; \quad x_i(n, \varepsilon) = x(t); \quad D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) = D_i(t - t_{i-1});$
 $x(n + \gamma_{i-1}) = x(t_{i-1}); \quad G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) = G_i(t - t_{i-1}).$

Вектор початкових умов змінних стану на i -му інтервалі вибирається як останнє значення змінних стану на попередньому $(i-1)$ -му інтервалі

$$x(n - \gamma_{i-1}) = x_i(n, \varepsilon)_{\varepsilon=\gamma_i} \quad (3.15)$$

При цьому $\gamma_0 = 0$ відповідає початку, а $\gamma_m = 1$ кінцю n -го періоду. Система різницевих рівнянь складається заміною в рівняннях (3.14) початкових умов $x(n + \gamma_{i-1})$ початковими умовами $x(n)$ в такий спосіб.

На першому інтервалі рівняння (3.14) записують у такий спосіб

$$x_1(n, \varepsilon) = D_1(\varepsilon - \gamma_0)x(n - \gamma_0) + G_1(\varepsilon - \gamma_0)f(n)f_0$$

або, з урахуванням $\gamma_0 = 0$

$$x_1(n, \varepsilon) = D_1(\varepsilon)x(n) + G_1(\varepsilon)f(n)f_0; \quad (3.16)$$

на другому інтервалі - у вигляді

$$x_2(n, \varepsilon) = D_2(\varepsilon - \gamma_1)x(n + \gamma_1) + G_2(\varepsilon - \gamma_1)f(n)f_0. \quad (3.17)$$

Користуючись співвідношенням (3.15), замінимо в рівнянні (3.17) початкові умови $x(n + \gamma_1)$ початковими умовами $x(n)$. Знаходимо

$$x(n + \gamma_1) = D_1(\gamma_1)x(n) + G_1(\gamma_1)f(n)f_0$$

і, підставляючи їх у рівняння (3.17),

$$\begin{aligned} x_2(n, \varepsilon) &= D_2(\varepsilon - \gamma_1)[D_1(\gamma_1)x(n) + G_1(\gamma_1)f(n)f_0] + G_2(\varepsilon - \gamma_1)f(n)f_0 = \\ &= [D_2(\varepsilon - \gamma_1)D_1(\gamma_1)]x(n) + [D_2(\varepsilon - \gamma_1)G_1(\gamma_1) + G_2(\varepsilon - \gamma_1)]f(n)f_0 \end{aligned}$$

знаходимо рівняння процесів на другому інтервалі, що залежить від початкових умов періоду $x(n)$.

Повторивши описані перетворення на всіх інтервалах, одержимо наступну сукупність m рішень рівнянь стану [6]

$$\begin{aligned} x_i(n, \varepsilon) = & D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \left[\prod_{j=1}^{i-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right] x(n) + \\ & + \{ D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \sum_{k=1}^{i-1} \left[\prod_{j=1}^{i-k-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right] G_k(\gamma_k - \gamma_{k-1}) + \\ & + G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \} f(n) f_0; \end{aligned} \quad i = \overline{1, m} \quad (3.18)$$

де $D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) = D_{i-j}(\varepsilon - \gamma_{i-j-1})$, аналогічно $G_k(\gamma_k - \gamma_{k-1})$.

У випадках $i-1=0$ або $i-k-1=0$, добуток $\prod_{j=1} \dots = 1$ або сума $\sum_{k=1}^0 \dots = 0$

і формула (3.18) збігається з рівнянням (3.14).

Формула (3.18) демонструє схему рекурсивної заміни початкових умов змінних стану для окремих інтервалів $x(n + \gamma_{i-1})$ початковими умовами для періоду $x(n)$.

Введемо позначення:

$$\tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) = D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \left[\prod_{j=1}^{i-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right];$$

$$\tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) = D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \sum_{k=1}^{i-1} \left[\prod_{j=1}^{i-k-1} D_{i-j}(\gamma_{i-j} - \gamma_{i-j-1}) \right] G_k(\gamma_k - \gamma_{k-1}) + G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}),$$

і представимо (3.18) у компактному вигляді

$$x_i(n, \varepsilon) = \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) x(n) + \tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) f(n) f_0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.19)$$

де $\tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_0) = D_i(\varepsilon - \gamma_0)$; $\tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_0) = G_i(\varepsilon - \gamma_0)$.

Вираз (3.19) описує рішення систем рівнянь стану на всіх інтервалах сталості структури схеми перетворювача на n -му періоді його роботи. Кожне із цих рішень залежить від тих самих початкових умов змінних стану для періоду $x(n)$ і не пов'язане з рішеннями систем рівнянь для сусідніх

інтервалів періоду, як це має місце у виразі (3.14) при використанні початкових умов $x(n + \gamma_{i-1})$. Ця особливість рівнянь (3.19) дозволяє використати рішення систем рівнянь сусідніх інтервалів сталості структури схеми незалежно одне від одного.

Система різницевого рівняння, рішення якої описує шукану залежність $x(n)$ від номера n , пов'язує початкові умови $x(n)$ та $x(n+1)$ двох суміжних періодів - n -го та $(n+1)$ -го. Оскільки початкові умови $x(n)$ входять в усі рівняння (3.19), то складання системи різницевого рівняння після того, як рівняння (3.19) отримані, полягає в обчисленні коефіцієнтів останнього з них ($i = m$):

$$x_m(n, \varepsilon) = \tilde{D}_m(\varepsilon - \gamma_{m-1})x(n) + \tilde{G}_m(\varepsilon - \gamma_{m-1})f(n)f_0$$

при $\varepsilon = \gamma_m = 1$.

У результаті виходить шукана система різницевого рівняння першого порядку [8]

$$x(n+1) - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})x(n) = \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})f(n)f_0, \quad (3.20)$$

зі змінною правою частиною.

Подібно тому як для вирішення диференціальних рівнянь застосовується безперервне перетворення Лапласа, для вирішення різницевого рівняння використовується дискретне перетворення Лапласа (D-перетворення) або подібне з ним дискретне (z-перетворення) [3].

При використанні цих перетворень спочатку за допомогою прямого перетворення здійснюється перехід від системи різницевого рівняння (3.20) до системи алгебраїчних у комплексній області

$$zX(z) - zx(0) - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1})x(z) = \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})F(z)f_0, \quad (3.21)$$

де $X(z) = Z\{x(n)\}$; $zX(z) - zx(0) = z\{x(n+1)\}$; $F(z) = Z\{f(n)\}$;

$x(0)$ - початкове значення решітчастої функції $x(n)$; потім знаходиться рішення системи алгебраїчних рівнянь (3.21)

$$x(z) = \left[zI - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1}) \right]^{-1} \left\{ zx(0) + \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})F(z)f_0 \right\} \quad (3.22)$$

і знаходиться оригінал зображення (3.22) за допомогою зворотного перетворення

$$x(n) = \tilde{S}_0(n)x(0) + \tilde{S}(n)f_0, \quad (3.23)$$

де $\tilde{S}_0(n) = z^{-1} \left\{ z \left[zI - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1}) \right]^{-1} \right\};$

$$\tilde{S}(n) = z^{-1} \left\{ \left[zI - \tilde{D}_m(1 - \gamma_{m-1}) \right]^{-1} \tilde{G}_m(1 - \gamma_{m-1})F(z) \right\}.$$

Тут z і z^{-1} - символи прямого та зворотного z -перетворень.

Рішення системи різницевих рівнянь (3.23) разом з рішеннями систем рівнянь стану (3.14) описує електромагнітні процеси в перетворювачі в будь-який момент часу як перехідного, так і усталеного режиму роботи.

Поєднуючи рішення систем рівнянь стану на інтервалах сталості структури (3.14) і рішення системи різницевих рівнянь (3.23), одержуємо єдині рівняння електромагнітних процесів у перетворювачі для перехідного і усталеного режимів його роботи [8].

$$x_i(n, \varepsilon) = \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})\tilde{S}_0(n)x(0) + \left[\tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})\tilde{S}(n) + \tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})f(n) \right] f_0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.24)$$

Єдині рівняння (3.24) у явному вигляді не містять початкові умови змінних стану і можуть бути використані незалежно одне від одного. Вони описують процеси в перетворювачі при наявності неперіодичних джерел і періодичних з періодом, не кратним періоду роботи перетворювача.

3.2.3. Складання і вирішення системи різницевих рівнянь у випадку постійних і періодичних впливів

Представлення функції впливу $f(t)$, у вигляді суми (3.1) добутків періодичної кусочно-безперервної функції $f_T(t)$ і решітчастої функції $f(n)$ може бути застосоване також до постійного і до періодичних впливів з періодом, кратним періоду роботи перетворювача.

Для постійного впливу $f(t) = f_0$ маємо $\nu = 1$, $f_T(t) = 1$, $f(n) = 1$. Для періодичного впливу, наприклад, $f(n) = f_0 \sin \omega t$ при $\omega = 2\pi/T$, маємо $\nu = 1$, $f_T(t) = \sin \omega \varepsilon T$, $f(n) = 1$. Очевидно, що для періодичних впливів з періодом, рівним або кратним періоду роботи перетворювача, як і для постійних впливів, завжди $f(n) = I$, тобто решітчаста функція може бути виключена з розгляду. Матриця $f_T(t)$ в цьому випадку стає діагональною

$$f_T(t) = \begin{vmatrix} f_{T,1}(t) & & \\ & \dots & \\ & & f_{T,m}(t) \end{vmatrix}$$

і представлення (4.7) зводиться до вигляду

$$f(t) = f_T(t) f_0, \quad (3.25)$$

на підставі якого спрощуються системи рівнянь стану (3.12)

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_i x(t) + B_i f_T(t) f_0; \quad \begin{matrix} t_{i-1} \leq t \leq t_i, \\ n = \text{const} \end{matrix}, \quad (3.26)$$

і їхнього рішення (3.13)

$$x(t) = D_i(t - t_{i-1})x(t_{i-1}) + G_i(t - t_{i-1})f_0; \quad \begin{matrix} t_{i-1} \leq t \leq t_i \\ n = \text{const} \end{matrix} \quad (3.27)$$

Представимо рівняння (3.27) у вигляді, аналогічному запису виразів (3.14):

$$x_i(n, \varepsilon) = D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})x(n - \gamma_{i-1}) + G_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})f_0; \quad i = \overline{1, m}. \quad (3.28)$$

Шляхом рекурсивної заміни початкових умов змінних стану для інтервалів $x(n - \gamma_{i-1})$ початковими умовами для періоду $x(n)$ з рівняння (3.28) отримані рівняння

$$x_i(n, \varepsilon) = \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})x(n) + \tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})f_0; \quad i = \overline{1, m}, \quad (3.29)$$

де коефіцієнти $\tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})$ і $\tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})$ мають ті ж значення, що і у рівнянні (3.19).

На підставі останнього з рівнянь (3.29) отримуємо систему різницьових рівнянь [6]

$$x(n+1) - \tilde{D}_m(1-\gamma_{m-1})x(n) = \tilde{G}_m(1-\gamma_{m-1})f_0; \quad (3.30)$$

Вона відрізняється від системи (3.20) наявністю постійної правої частини. Тому її рішення записується у вигляді

$$x(n) = \tilde{S}_0(n)x(0) + \tilde{S}_c(n)f_0, \quad (3.31)$$

де $\tilde{S}_0(n)$ має те ж значення, що і у рішенні (3.21), а

$$\tilde{S}_c(n) = Z^{-1} \left\{ \frac{z}{z-1} \left[zI - \tilde{D}_m(1-\gamma_{m-1}) \right]^{-1} \tilde{G}_m(1-\gamma_{m-1}) \right\}.$$

Єдині рівняння електромагнітних процесів у випадку постійних або періодичних впливів виходять із рішень (3.29) і (3.31) у такому вигляді [6]:

$$\begin{aligned} x_i(n, \varepsilon) = & \tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})\tilde{S}_0(n)x(0) + \\ & + \left[\tilde{D}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})\tilde{S}_c(n) + \tilde{G}_i(\varepsilon - \gamma_{i-1}) \right] f_0; \quad i = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Таким чином, даний метод розрахунку електромагнітних процесів у силових ланцюгах перетворювачів зі змінною структурою і змінними параметрами дозволяє знайти рішення для усталеного і перехідного процесів у замкнутому вигляді при будь-яких впливах: постійних, періодичних і неперіодичних.

Приклад 1.

Розрахувати усталений і перехідний струми навантаження інвертора (рис.3.3).

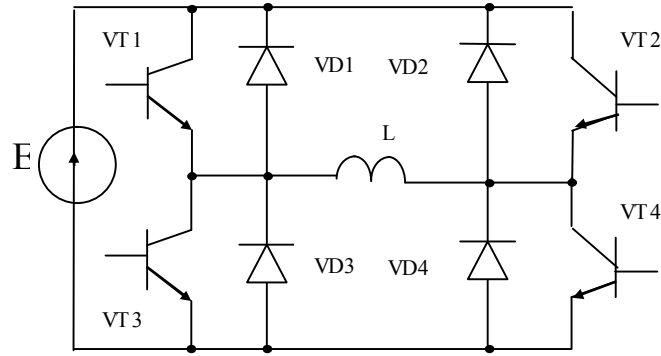


Рис.3.3

Як інтервали сталості структури схеми вибираємо інтервали сталості значень еквівалентної ЕРС (рис.3.4, 3.5).

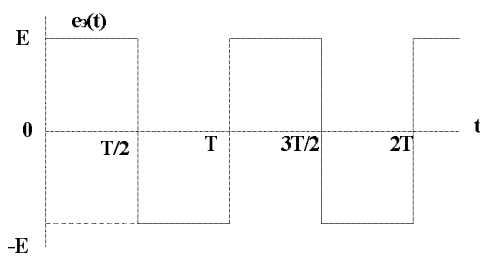


Рис.3.4

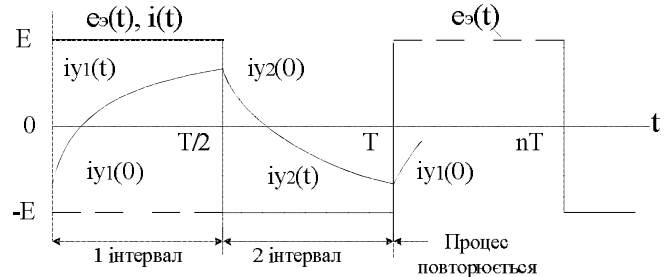


Рис.3.5

Рівняння стану та їх рішення (2.4), (2.5) отримані у підрозділі 2.1, тому пояснення почнемо з переходу від рішень (2,4), (2,5) до запису у формі рівнянь (3.13), з огляду на, що $f(t) = E$, тобто

$$f(t) = 1; f(n) = 1; f_b = E,$$

$$i_{y1}(t) = e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} i_y(t_0) + \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)} \right) E; \quad (3.33)$$

$$i_{y2}(t) = e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)} i_y(t_1) - \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)} \right) E, \quad (3.34)$$

де t_0 і t_1 - моменти початку першого і другого інтервалів.

Для складання різницевого рівняння перейдемо від рівнянь (3.33), (3.34) до їхнього запису у вигляді (3.14)

$$i_1(n, \varepsilon) = e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon-\gamma_0)T} i(n) + \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon-\gamma_0)T} \right) E; \quad (3.35),$$

$$i_2(n, \varepsilon) = e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon-\gamma_1)T} i(n + \gamma_1) - \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon-\gamma_1)T} \right) E. \quad (3.36),$$

Замінімо в рівнянні (3.36) початкові умови $i(n + \gamma_1)$ початковими умовами $i(n)$. Оскільки з рівняння (3.35) випливає

$$i(n + \gamma_1) = e^{\frac{-R}{L}(\gamma_1 - \gamma_0)T} i(n) + \frac{1}{R} \left(1 - e^{\frac{-R}{L}(\gamma_1 - \gamma_0)T} \right) E,$$

то результат заміни маємо у вигляді

$$\begin{aligned} i_2(n, \varepsilon) &= e^{\frac{-R}{L}(\varepsilon - \gamma_1)T} e^{\frac{-R}{L}(\gamma_1 - \gamma_0)T} i(n) + \\ &+ \frac{1}{R} \left[e^{\frac{-R}{L}(\varepsilon - \gamma_1)T} \left(1 - e^{\frac{-R}{L}(\gamma_1 - \gamma_0)T} \right) - \left(1 - e^{\frac{-R}{L}(\varepsilon - \gamma_1)T} \right) \right] E; \end{aligned} \quad (3.37)$$

Різницеве рівняння знаходимо в результаті знаходження коефіцієнтів рівняння (3.37) при $\varepsilon = \gamma_2 = 1$ з урахуванням, того, що $\gamma_1 = \frac{1}{2}$,

$$i(n + 1) - e^{\frac{-R}{L}T} i(n) = \frac{1}{R} \left[e^{\frac{-RT}{L^2}} \left(1 - e^{\frac{-RT}{L^2}} \right) - \left(1 - e^{\frac{-RT}{L^2}} \right) \right] E,$$

Запишемо його в компактній формі

$$i(n + 1) - \widetilde{D}_2(1 - \gamma_1)i(n) = \widetilde{G}_2(1 - \gamma_1)E \quad (3.38)$$

і вирішимо за допомогою z-перетворення.

Вважаємо, $Z\{i(n)\} = I(z)$, тоді $Z\{i(n + 1)\} = zI(z) - zi(0)$;

$Z\{E\} = \frac{z}{z - 1}E$. Алгебраїчне рівняння в комплексній області має вигляд

$$zI(z) - zi(0) - \widetilde{D}_2(1 - \gamma_1)I(z) = \frac{z}{z - 1} \widetilde{G}_2(1 - \gamma_1)E,$$

а його рішення

$$I(z) = \frac{z \widetilde{G}_2(1 - \gamma_1)E}{(z - \widetilde{D}_2(1 - \gamma_1))(z - 1)} + \frac{zi(0)}{z \widetilde{D}_2(1 - \gamma_1)} \quad (3.39)$$

Оригінал рішення шукаємо по формулі розкладання z-перетворення

$$i(n) = \sum_{k=1}^s \frac{A(z)}{B'(z)} z^{n-1} \Big|_{z=Z_k}, \quad (3.40)$$

Приймаючи

$$A(z) = (z - 1)i(0) + \widetilde{G}_2(1 - \gamma_1)E;$$

$$B(z) = (z - 1)(z - \widetilde{D}_2(1 - \gamma_1));$$

$$B'(z) = 2z - 1 - \widetilde{D}_2(1 - \gamma_1).$$

Корні полінома знаменника (3.39) $B(z) = 0$ становлять $z_1 = e^{\frac{-R}{L}T}$; $z_2 = 1$

Виконуємо перетворення в формулі (3.40):

$$i(n) = \sum_{k=1}^S \frac{(z_k - 1)i(0) + \tilde{G}_2(1 - \gamma_1)E}{2z_k - e^{-RT/L} - 1} = \frac{(e^{-RT/L} - 1)i(0) + \tilde{G}_2(1 - \gamma_1)E}{2e^{-RT/L} - e^{-RT/L} - 1} +$$

$$+ \frac{\tilde{G}_2(1 - \gamma_1)E}{2 - e^{-RT/L} - 1} 1^n = e^{-\frac{R}{L}nT} i(0) + \frac{\tilde{G}_2(1 - \gamma_1)E}{e^{-RT/L} - 1} e^{-\frac{R}{L}nT} + \frac{\tilde{G}_2(1 - \gamma_1)E}{1 - e^{-RT/L}}$$

або в кінцевому вигляді

$$i(n) = e^{-\frac{R}{L}nT} i(0) + \frac{1 - e^{-\frac{R}{L}nT}}{1 - e^{-\frac{R}{L}T}} \frac{(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}})^2}{R} E. \quad (3.41)$$

Рішення (3.41) різницевого рівняння (3.38) описує залежність дискретних значень струму від номера періоду. Сполучаючи його з рішеннями (3.35), (3.37) рівнянь стану на інтервалах, одержуємо єдині рівняння електромагнітних процесів для перехідного і усталеного режимів.

$$i_1(n, \varepsilon) = e^{-\frac{R}{L}(n, \varepsilon)T} i(0) + \frac{1}{R} \left[1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}} e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon, \gamma_1)T} (1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}) \right] E; \quad (3.42)$$

$$i_2(n, \varepsilon) = e^{-\frac{R}{L}(n, \varepsilon)T} i(0) - \frac{1}{R} \left[1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}} e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon, \gamma_1)T} (1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}) \right] E. \quad (3.43)$$

Усталений струм знаходимо, приймаючи, у рівняннях (3.32), (3.43) $n \rightarrow \infty$,

$$i_1(n, \varepsilon) = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}} e^{-\frac{R}{L}\varepsilon T} \right); \quad (3.44)$$

$$i_2(n, \varepsilon) = -\frac{E}{R} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}} e^{-\frac{R}{L}(\varepsilon - \gamma_1)T} \right). \quad (3.45)$$

При необхідності розрахунку тільки усталеного режиму рішення різницевого рівняння спрощується за рахунок того, що воно замінюється алгебраїчним у тимчасовій області підстановкою $i_{уст} = i(n) = i(n+1)$. Це справедливо, тому що в усталеному режимі

$$\lim_{n \rightarrow \infty} i(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} i(n+1) = i_{уст}$$

Тоді з рівняння (3.38) одержуємо

$$i_{уст} = \tilde{D}_2(1 - \gamma_1)i_{уст} = \tilde{G}_2(1 - \gamma_1)E$$

Звідси

$$i_{уст} = \frac{\tilde{G}_2(1-\gamma_1)E}{1-\tilde{D}_2(1-\gamma_1)} = \frac{E}{R} \frac{1-e^{-\frac{RT}{2}}}{1+e^{-\frac{RT}{2}}} \quad (3.46)$$

Підставляючи значення $i_{уст}$ (3.46) замість $i(n)$ у рівняння (3.35), (3.37), знаходимо усталений струм (3.44), (3.45).

Порівняємо послідовність рішення розглянутого прикладу методом різницьових рівнянь і раніше описаними методом.

Метод різницьових рівнянь дозволив одержати замкнуті вирази для розрахунку перехідного струму, у той час як методом припасовування таких розрахунків можливий тільки послідовно інтервал за інтервалом. Тому його трудомісткість у цьому випадку нижче, ніж у вище названого метода.

Приклад 2.

Розрахувати струм RL-навантаження однофазного широтно-імпульсного перетворювача (ШІП) (рис.2.1,а) із джерелом неперіодичної вхідної ЕРС (див. рис.3.1,а) при моделюванні транзистора і діода RS-моделлю.

Період T роботи ШІП складається із двох інтервалів: на першому ($0 \leq \varepsilon \leq \gamma_1$) транзистор відкритий, а на другому ($\gamma_1 \leq \varepsilon \leq 1$)- закритий. Використання RS-моделей вентилів приводить до еквівалентної схеми зі змінною структурою і змінними параметрами, що має на першому і другому інтервалах вид, зображений на рис.3.6.б і 3.6.в.

Неперіодичну вхідну ЕРС $e(t) = E(1 - e^{\lambda t})$, $\lambda < 0$ представимо відповідно з виразом (3.2) сумою

$$e(t) = E - Ee^{\lambda \varepsilon t} e^{\lambda n T},$$

складові другого доданка якої зображені на рис.3.1,б,в.

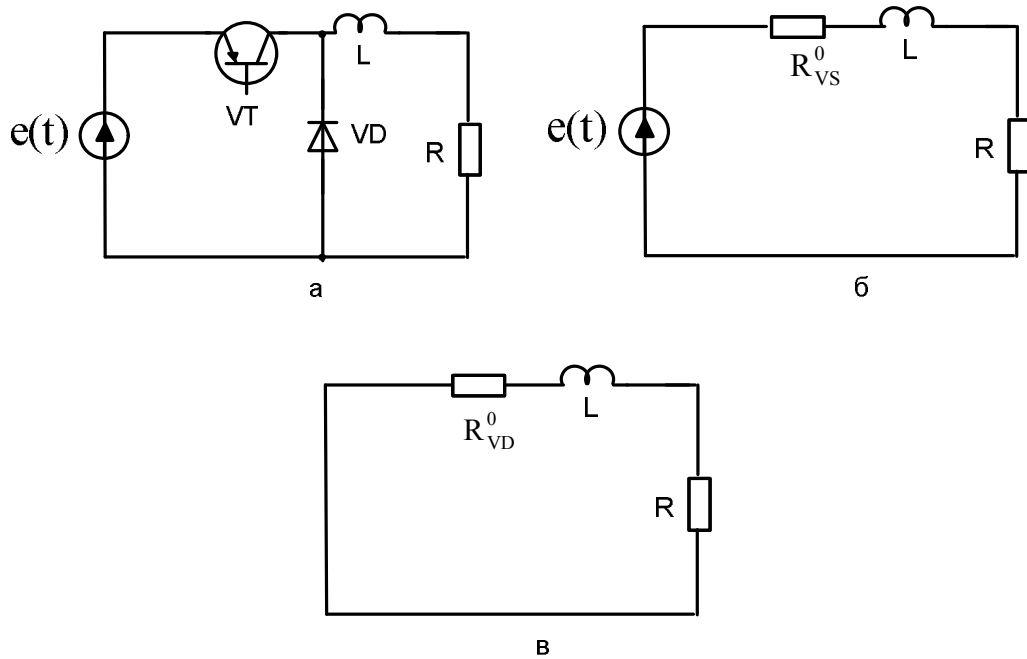


Рис. 3.6

Рівняння (3.12) і його рішення (3.14) на першому інтервалі має вигляд

$$\frac{di_1(t)}{dt} = -\frac{R_1}{L}i_1(t) + \frac{E}{L}e^{\lambda\varepsilon T}e^{\lambda nT};$$

$$i_1(n, \varepsilon) = e^{\sigma_1\varepsilon T}i(n) + \frac{E}{R_1}(1 - e^{\sigma_1\varepsilon T}) + \frac{E}{R_1 + \lambda L}(e^{\sigma_1\varepsilon T} - e^{\lambda\varepsilon T})e^{\lambda nT}, \quad (3.47)$$

де $R_1 = R + R_{VT}^0$; $G_1 = -R_1/L$, на другому інтервалі

$$\frac{di_2(t)}{dt} = -\frac{R_2}{L}i_2(t);$$

$$i_2(n, \varepsilon) = e^{\sigma_2(\varepsilon - \gamma_1)T}i(n + \gamma_1), \quad (3.48)$$

де $R_2 = R + R_{VD}^0$; $G_2 = -R_2/L$. Після заміни початкових умов $i(n + \gamma_1)$ у рівнянні (3.48) їхнім значенням

$$i(n + \gamma_1) = e^{\sigma_1\gamma_1 T}i(n) + \frac{E}{R_1}(1 - e^{\sigma_1\gamma_1 T}) + \frac{E}{R_1 + \lambda L}(e^{\sigma_1\gamma_1 T} - e^{\lambda\gamma_1 T})e^{\lambda nT}$$

з рівняння (3.47) одержуємо

$$i_2(n, \varepsilon) = e^{\sigma_1\gamma_1 T}e^{\sigma_2(\varepsilon - \gamma_1)T}i(n) + \frac{E}{R_1}(1 - e^{\sigma_1\gamma_1 T})e^{\sigma_2(\varepsilon - \gamma_1)T} +$$

$$+ \frac{E}{R_1 + \lambda L}(e^{\sigma_1\gamma_1 T} - e^{\lambda\gamma_1 T})e^{\sigma_2(\varepsilon - \gamma_1)T}e^{\lambda nT}, \quad (3.49)$$

обчислюючи його коефіцієнти при $\varepsilon = \gamma_2 = 1$, одержуємо різницеве рівняння у вигляді

$$i(n+1) - e^{\theta T} i(n) = QE + Q_2 e^{\lambda n T} E, \quad (3.50)$$

$$\text{де} \quad \theta = \sigma_1 \gamma_1 + \sigma_2 (1 - \gamma_1); \quad Q_1 = (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} / R_1;$$

$$Q_2 = (e^{\sigma_1 \gamma_1 T} - e^{\lambda \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T} / (R_1 + \lambda L).$$

Вирішуємо це різницеве рівняння за допомогою z-перетворення.

Записуємо $I(z) = z \{i(n)\}$; $zI(z) - zi(0) = z \{i(n+1)\}$;

$$\frac{z}{z-1} QE = z \{Q_1 E\}; \quad \frac{z}{z-e^{\lambda T}} Q_2 E = z \{Q_2 e^{\lambda n T} E\}.$$

Операторне зображення рівняння (3.50) за умови $i(0) = 0$ має вигляд

$$zI(z) - e^{\theta T} I(z) = \frac{z}{z-1} Q_1 E + \frac{z}{z-e^{\lambda T}} Q_2 E.$$

звідки одержуємо

$$I(z) = \frac{z}{(z-e^{\theta T})(z-1)} Q_1 E + \frac{z}{(z-e^{\theta T})(z-e^{\lambda T})} Q_2 E.$$

По теоремі розкладання Z-перетворення знаходимо

$$i(n) = \left[\frac{1 - e^{\theta_n T}}{1 - e^{\theta T}} Q_1 + \frac{e^{\lambda_n T} - e^{\theta_n T}}{e^{\lambda T} - e^{\theta T}} Q_2 \right] E. \quad (3.51)$$

Єдині рішення процесів у ШПІ одержуємо, поєднуючи рішення рівнянь стану (3.48), (3.49) і рішення різницевого рівняння (3.51)

$$i_1(n, \varepsilon) = \left[\frac{1 - e^{\theta_n T}}{1 - e^{\theta T}} Q_1 + \frac{e^{\lambda_n T} - e^{\theta_n T}}{e^{\lambda T} - e^{\theta T}} \right] e^{\sigma_1 \varepsilon T} +$$

$$+ \frac{E}{R_1} (1 - e^{\sigma_1 \varepsilon T}) + \frac{E}{R_1 + \lambda L} (e^{\sigma_1 \varepsilon T} - e^{\lambda \varepsilon T}) e^{\lambda_n T};$$

$$i_1(n, \varepsilon) = \left[\frac{1 - e^{\theta_n T}}{1 - e^{\theta T}} Q_1 + \frac{e^{\lambda_n T} - e^{\theta_n T}}{e^{\lambda T} - e^{\theta T}} \right] e^{\sigma_1 \gamma_1 T} e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} E +$$

$$+ \frac{E}{R_1} (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} + \frac{E}{R_1 + \lambda L} (e^{\sigma_1 \gamma_1 T} - e^{\lambda \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} e^{\lambda_n T}.$$

Отримані рівняння описують перехідний і усталений струм навантаження ШП з неперіодичною ЕРС на вході.

Приклад 3.

Розрахувати струм RL - навантаження ШП прикладу 2 (рис.3.6,а) у випадку впливу на вході постійної ЕРС.

Для розрахунку скористаємося результатами рішення попереднього прикладу, з огляду на, що при $\lambda \rightarrow -\infty$;

$$e(t) = E - Ee^{\lambda t} = E,$$

тобто для того, щоб одержати результат в раніше отриманих виразах варто покласти $\lambda \rightarrow \infty$.

Отже, рішення рівняння стану на першому інтервалі

$$i_1(n, \varepsilon) = e^{\sigma_1 \gamma_1 T} e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} i(n) + \frac{E}{R_1} (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T};$$

Різницеве рівняння

$$i(n+1) - e^{QT} i(n) = Q_1 E;$$

Рішення різницевого рівняння

$$i(n) = \frac{1 - e^{Q_n T}}{1 - e^{QT}} Q_1 E;$$

Єдині рівняння процесів

$$i_1(n, \varepsilon) = \left[\frac{1 - e^{Q_n T}}{1 - e^{QT}} Q_1 e^{\sigma_1 \varepsilon T} + \frac{1}{R_1} (1 - e^{\sigma_1 \varepsilon T}) \right] E;$$

$$i_2(n, \varepsilon) = \left[\frac{1 - e^{Q_n T}}{1 - e^{QT}} Q_1 e^{\sigma_1 \gamma_1 T} + \frac{1}{R_1} (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) \right] e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} E.$$

Отримані результати можна порівняти з результатами безпосереднього розрахунку ШП з постійною ЕРС, наведеними в роботах [21, 22] і переконатися в їхньому збігу.

Приклад 4.

Розрахувати напругу на конденсаторі і струм дроселя ШП з паралельним дроселем (рис.3.7,а) при моделюванні транзистора і діода RS-моделями.

На першому інтервалі періоду роботи ШП ($0 \leq \varepsilon \leq \gamma_1$) транзистор відкритий, а діод закритий. Еквівалентна схема ШП на першому інтервалі зображена на рис. 3.7,б.

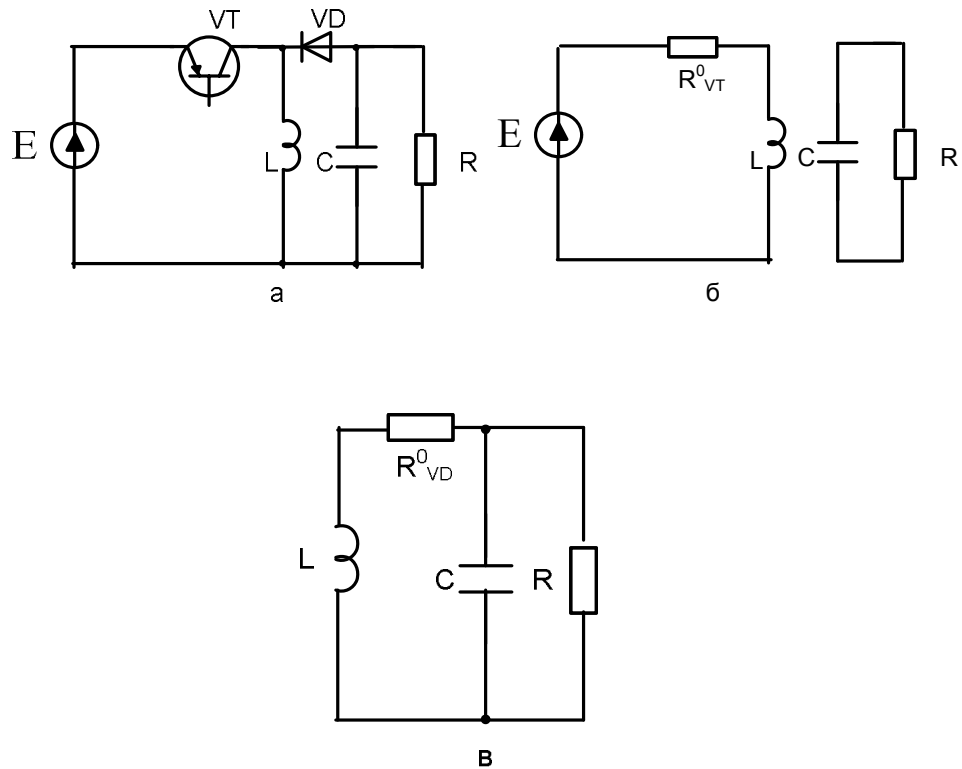


Рис . 4.7

Рівняння стану (3.26) для цих схем має такий вигляд

$$\frac{du_C(t)}{d(t)} = -\frac{1}{RC}u_C(t) \quad (3.52)$$

$$\frac{di_L(t)}{d(t)} = -\frac{R_{VT}^0}{RC}i_L(t) + \frac{1}{L}E, \quad (3.53)$$

а їхнього рішення (3.27)

$$u_C(t) = e^{\sigma_1(t-t_0)}u_C(t_0); \quad (3.54)$$

$$i_L(t) = e^{\sigma_2(t-t_0)}i_L(t_0) + b(1 - e^{\sigma_2(t-t_0)})E, \quad (3.55)$$

де $\sigma_1 = -\frac{1}{RC}$; $\sigma_2 = -\frac{R_{VT}^0}{L}$; $b = \frac{1}{R_{VT}^0}$.

На другому інтервалі періоду транзистор VT закритий, а діод VD відкритий. Еквівалентна схема ШП зображена на рис. 3.1,в, де R_{VD}^0 - внутрішній опір відкритого діода VD. Система рівнянь стану (3.26) для цієї схеми має вигляд

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R_{VD}^0}{L} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} \quad (3.56)$$

Скористаємося для вирішення системи (3.56) перетворенням Лапласа.

Обчислимо матрицю $[pI - A_2]$ зображення (3.10) рівняння (3.56), одержимо

$$[pI - A_2]^{-1} = \frac{1}{\Delta'} \begin{Bmatrix} (pL + R_{VD}^0)RC & RL \\ -RC & (pRC + 1)L \end{Bmatrix}, \quad (3.57)$$

де $\Delta' = p^2 RLC + p(R_{VD}^0 RC + L) + R + R_{VD}^0$.

Припустивши, що корні полінома Δ' знаменника зображень (3.57) комплексно-сполучені $\sigma \pm j\omega$, де $\sigma = -(R_{VD}^0 RC + L) / (2LCR)$;

$\omega = \sqrt{(R_{VD}^0 RC + L) - 4LCR + (R + R_{VD}^0) / (2LCR)}$, за допомогою теореми розкладання зворотного перетворення Лапласа запишемо оригінал (3.11) рішення системи рівнянь (3.56):

$$\begin{Bmatrix} u_C(t) \\ i_L(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} e^{\sigma(t-t_1)} \sin(\omega(t-t_1) + \varphi_{11}) \dots \\ a_{21} e^{\sigma(t-t_1)} \sin(\omega(t-t_1)) \dots \\ \dots a_{12} e^{\sigma(t-t_1)} \sin(\omega(t-t_1)) \\ \dots a_{22} e^{\sigma(t-t_1)} \sin(\omega(t-t_1) + \varphi_{22}) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_C(t_1) \\ i_L(t_1) \end{Bmatrix} \quad (3.58)$$

Представивши отримані рішення (3.54), (3.55) і (3.58) у формі виразів (3.14):

На першому інтервалі

$$\begin{Bmatrix} u_{C,1}(n, \varepsilon) \\ i_{L,1}(n, \varepsilon) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e^{\sigma_1 \varepsilon T} & 0 \\ 0 & e^{\sigma_2 \varepsilon T} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ b - b e^{\sigma_2 \varepsilon T} \end{Bmatrix} E, \quad (3.59)$$

де враховано, що γ_0 відповідає початку n -го періоду ($\gamma_0 = 0$); на другому інтервалі

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} u_{C,2}(n, \varepsilon) \\ i_{L,2}(n, \varepsilon) \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{l} a_{11} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma_1) + \varphi_{11}) \dots \\ a_{12} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma_1) \dots \\ \dots a_{12} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma_1) T \\ \dots a_{22} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma_1) + \varphi_{22}) \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} u_C(n + \gamma_1) \\ i_L(n + \gamma_1) \end{array} \right\|, \end{aligned} \quad (3.60)$$

де $\gamma_1 = t_1 / T - n$.

Для складання різницевого рівняння (3.30) замінимо у виразі (3.60) початкові умови $u_C(n + \gamma_1)$ è $i_L(n + \gamma_1)$ їхніми значеннями, обчисленими по виразу (3.59) при $\varepsilon = \gamma_1$, тобто наприкінці першого інтервалу періоду:

$$\left\| \begin{array}{l} u_C(n + \gamma_1) \\ i_L(n + \gamma_1) \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} e^{\sigma_1 \gamma_1 T} & 0 \\ 0 & e^{\sigma_2 \gamma_1 T} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} u_C(n) \\ i_L(n) \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{c} 0 \\ b - b e^{\sigma_2 \gamma_1 T} \end{array} \right\| E,$$

одержимо рівняння процесів на другому інтервалі:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} u_{C,2}(n, \varepsilon) \\ i_{L,2}(n, \varepsilon) \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{l} a_{11} e^{\sigma_1 \gamma_1 T} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma_1) + \varphi_{11}) \dots \\ a_{21} e^{\sigma_1 \gamma_1 T} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma_1) T \dots \\ \dots a_{12} e^{\sigma_2 \gamma_1 T} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma_1) T \\ \dots a_{22} e^{\sigma_2 \gamma_1 T} e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma_1) T + \varphi_{22}) \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} u_C(n) \\ i_L(n) \end{array} \right\| + \\ &+ \left\| \begin{array}{l} a_{12} (b - b e^{\sigma_2 \gamma_1 T}) e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin \omega(\varepsilon-\gamma_1) \\ a_{22} (b - b e^{\sigma_2 \gamma_1 T}) e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin(\omega(\varepsilon-\gamma_1) T + \varphi_{22}) \end{array} \right\| \end{aligned} \quad (3.61)$$

Обчисливши значення коефіцієнтів виразу (3.61) при $\varepsilon = 1$, що відповідає початку наступного $(n + 1)$ -го періоду, одержимо систему різницевих рівнянь (3.30) у вигляді:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} u_C(n + 1) \\ i_L(n + 1) \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{l} a_{11} e^{\sigma_1 \gamma_1 T + \sigma(1-\gamma_1)T} \sin \omega(1-\gamma_1) T + \varphi_{11} \dots \\ a_{21} e^{\sigma_1 \gamma_1 T + \sigma(1-\gamma_1)T} \sin \omega(1-\gamma_1) T \dots \\ \dots a_{12} e^{\sigma_2 \gamma_1 T + \sigma(1-\gamma_1)T} \sin \omega(1-\gamma_1) T \dots \\ \dots a_{22} e^{\sigma_2 \gamma_1 T + \sigma(1-\gamma_1)T} \sin \omega(1-\gamma_1) T + \varphi_{22} \dots \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} u_C(n) \\ i_L(n) \end{array} \right\| = \\ &= \left\| \begin{array}{l} a_{12} (b - b e^{\sigma_2 \gamma_1 T})^{\sigma(1-\gamma_1)T} \sin \omega(1-\gamma_1) T \dots \\ a_{22} (b - b e^{\sigma_2 \gamma_1 T})^{\sigma(1-\gamma_1)T} \sin \omega(1-\gamma_1) T + \varphi_{22} \dots \end{array} \right\| E. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Для вирішення отриманої системи різницевих рівнянь (3.62) скористаємося z-перетворенням, попередньо ввівши для системи рівнянь (3.62) позначення

$$\begin{pmatrix} u_C(n+1) \\ i_L(n+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} E. \quad (3.63)$$

Зображення рішення системи рівнянь (3.63) відповідно до виразу (3.22) за умови $u_C(0) = 0$; $i_L(0) = 0$

$$\begin{pmatrix} U_C(z) \\ I_L(z) \end{pmatrix} = \frac{z}{z-1} \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} z-d_4 & d_5 \\ d_3 & z-d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} E,$$

де $u_C(z) = Z\{U_C(n)\}$; $I_L(z) = Z\{I_L(n)\}$; $\Delta = z^2 - z(d_1 - d_4) + d_1d_4 - d_2d_3$,

а його оригінал

$$\begin{pmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(n) & g_2(n) \\ g_3(n) & g_4(n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} E = \begin{pmatrix} N_1(n) \\ N_2(n) \end{pmatrix} E \quad (3.64)$$

Остаточне рівняння миттєвих значень напруги на конденсаторі і струму дроселя ШП з паралельним дроселем (3.1,а) одержуємо підстановкою в рівняння (3.59) і (3.61) значень початкових умов $u_C(n)$, $i_L(n)$ з виразу (3.64):

На першому інтервалі

$$\begin{pmatrix} u_{C,1}(n, \varepsilon) \\ i_{L,1}(n, \varepsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1(n) e^{\sigma_1 \varepsilon T} \\ b + [N_2(n) - b] e^{\sigma_2 \varepsilon T} \end{pmatrix} E;$$

На другому інтервалі

$$\begin{pmatrix} u_C(n) \\ i_L(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{a_{11} e^{\sigma_1 \gamma_1 T} N_1(n) \sin(\omega(\varepsilon - \gamma_1)T + \varphi_{11}) + \\ \{a_{21} e^{\sigma_1 \gamma_1 T} N_1(n) \sin \omega(\varepsilon - \gamma_1)T + \varphi_{11} + \\ + a_{12} [b + (N_2(n) - b) e^{\sigma_2 \gamma_1 T}] \sin \omega(\varepsilon - \gamma_1)T\} e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} \\ + a_{22} [b + (N_2(n) - b) e^{\sigma_2 \gamma_1 T}] \sin(\omega(\varepsilon - \gamma_1)T + \varphi_{22})\} e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} \end{pmatrix} E.$$

Отримані рівняння є функціями часу t , тому що $t = (n + \varepsilon)T$, й описує миттєві значення напруги і струму в будь-який момент часу перехідного і усталеного режимів роботи ШП.

Схема широтно-імпульсного перетворювача (рис.3.7,а) на кожному з інтервалів при моделюванні вентилів RS-моделями змінює свою структуру, тобто є схемою зі змінною структурою. Очевидно, що привести її до схеми з постійною структурою і генератором еквівалентної ЕРС не можна.

Приклад 5.

Розрахувати струм RL-навантаження перетворювача частоти, показаною еквівалентною схемою на рис.3.8,а, якщо частота вхідної синусоїдальної напруги 50Гц, а частота вихідної – 1000Гц. Форма вихідної напруги зображена на рис. 3.8,б.

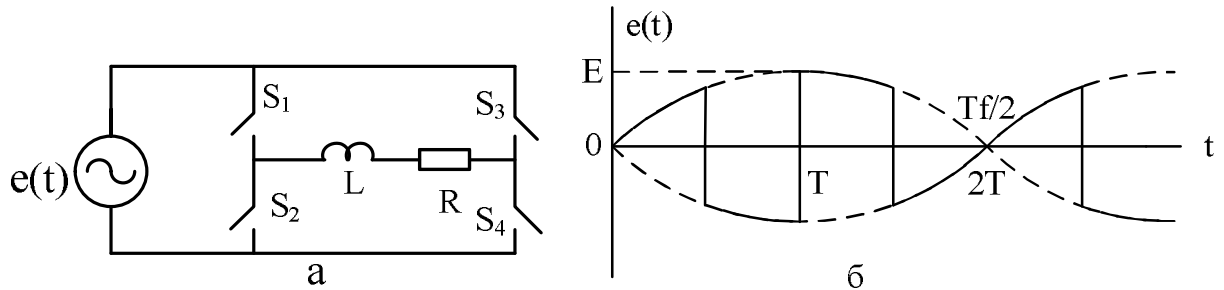


Рис. 3.8

Використаємо для вирішення введене представлення (3.1) впливів з періодом, не кратним періоду роботи перетворювача. Тому що $T_f = 1/50 \gg T = 1/1000$, представимо $e(t) = E \sin \omega t$ у вигляді (3.4). Тоді на першому інтервалі періоду рівняння стану має вигляд

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}E \sin \omega \varepsilon T \cos \omega n T + \frac{1}{L}E \cos \omega \varepsilon T \sin \omega n T,$$

а його рішення [23]

$$i_1(t) = I_0 \left\{ \left[\sin(\omega \varepsilon T - \psi) + e^{\sigma \varepsilon T} \sin \psi \right] \cos \omega n T + \left[\cos(\omega \varepsilon T - \psi) + e^{\sigma \varepsilon T} \cos \psi \right] \sin \omega n T \right\} + i(n) e^{\sigma \varepsilon T}, \quad (3.65)$$

де $\sigma = -R/L$; $\psi = \arctg \omega L/R$; $I_0 = E/\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$. На другому інтервалі періоду

рівняння стану

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{1}{L}E \sin \omega \varepsilon T \cos \omega n T - \frac{1}{L}E \cos \omega \varepsilon T \sin \omega n T,$$

а його рішення

$$i_2(n, \varepsilon) = I_0 \left\{ \left[-\sin(\omega \varepsilon T - \psi) + e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} \sin(\omega \gamma_1 T - \psi) \right] \cos \omega n T + \left[-\cos(\omega \varepsilon T - \psi) + e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} \cos(\omega \gamma_1 T - \psi) \right] \sin \omega n T \right\} + e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} i(n + \gamma_1). \quad (3.66)$$

Відповідно до формули (3.19) заміняємо початкові умови в рівнянні (3.66) і одержуємо

$$i_2(n, \varepsilon) = I_0 \left\{ \left[2e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \sin(\omega\gamma_1 T - \psi) - \sin(\omega\varepsilon T - \psi) + e^{\sigma\varepsilon T} \sin \psi \right] \times \right. \\ \times \cos \omega n T + \left[2e^{\sigma(\varepsilon-\gamma_1)T} \cos(\omega\gamma_1 T - \psi) - \cos(\omega\varepsilon T - \psi) + e^{\sigma\varepsilon T} \cos \psi \right] \times \\ \left. \times \sin \omega n T \right\} + e^{\sigma\varepsilon T} i(n). \quad (3.67)$$

Різницеве рівняння одержуємо, обчислюючи коефіцієнти рівняння (3.67) при $\varepsilon = \gamma_2 = 1$ у вигляді

$$i(n+1) - e^{\sigma T} i(n) = Q \cos \omega n T + Q_2 \sin \omega n T, \quad (3.68)$$

де

$$Q_1 = I_0 \left\{ 2e^{\sigma(1-\gamma_1)T} \sin(\omega\gamma_1 T - \psi) - \sin(\omega T - \psi) + e^{\sigma T} \sin \psi \right\}; \\ Q_2 = I_0 \left\{ 2e^{\sigma(1-\gamma_1)T} \cos(\omega\gamma_1 T - \psi) - \cos(\omega T - \psi) + e^{\sigma T} \cos \psi \right\}.$$

Різницеве рівняння (3.68) має змінну праву частину. Скористаємося для його вирішення z-перетворенням. З огляду на, що

$$z \{i(n)\} = I(z); \quad z \{Q_1 \cos \omega n T\} = \frac{z^2 - z \cos \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1} Q; \\ z \{Q_2 \cos \omega n T\} = \frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1} Q_2,$$

зображення рішення рівняння (3.68) запишемо в наступному вигляді

$$I(z) = \frac{zi(0)}{z - e^{\sigma T}} + \frac{Q_1(z^2 - z \cos \omega T)}{(z - e^{\sigma T})(z^2 - 2z \cos \omega T + 1)}, \quad (3.69)$$

де $i(0)$ - початкове значення решітчастої функції $i(n)$.

Розклавши другий доданок виразу (3.69) на прості співмножники

$$\frac{Az}{z - e^{\sigma T}} + \frac{cQ_1(z^2 - z \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1} + \frac{bQ_2 z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1},$$

де

$$A = \frac{Q_2 \sin \omega T - Q_1(\cos \omega T - e^{\sigma T})}{1 - 2e^{\sigma T} \cos \omega T + e^{2\sigma T}},$$

$$b = \frac{Q_1 \sin \omega T + Q_2(\cos \omega T - e^{\sigma T})}{Q_2(1 - 2e^{\sigma T} \cos \omega T + e^{2\sigma T})},$$

$$c = \frac{Q_1(\cos \omega T - e^{\sigma T}) - Q_2 \sin \omega T}{Q_1(1 - 2e^{\sigma T} \cos \omega T + e^{2\sigma T})}.$$

і скориставшись таблицями зворотного z-перетворення [3], запишемо оригінал зображення (3.69) у такий спосіб

$$i(n) = e^{\sigma n T} i(0) + A(e^{\sigma n T} - \cos \omega n T) + B \sin \omega n T, \quad (3.70)$$

де $B = bQ_2$.

Рівняння миттєвих значень струму дроселя одержуємо підстановкою в рівняння (3.65) і (3.67) початкових умов $i(n)$ з виразу (3.70).

Приклад 6.

Розрахувати струм навантаження однофазного двопівперіодного випрямляча з нульовою точкою рис. 3.9. при $t_1 = 0$. Форма напруги (рис. 3.10), яка прикладається до навантаження в цьому випадку може бути отримана з напруги (3.8,б) при $T = T_f$. Це дозволяє використати результати розрахунку процесів у перетворювачі частоти (3.8,а) для розрахунку процесів у випрямлячі шляхом відповідних спрощень виразів (3.65)-(3.70), отриманих у прикладі 5.

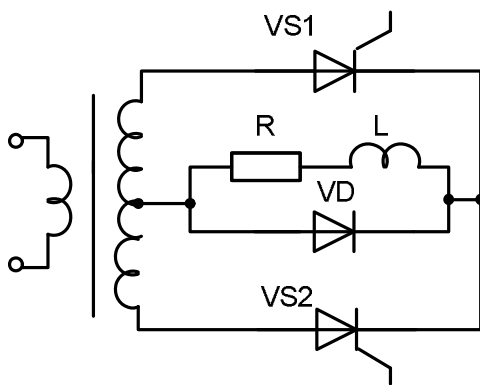


Рис. 3.9

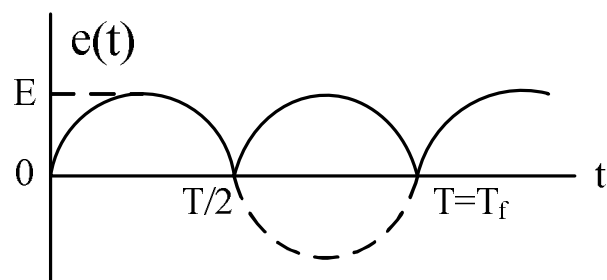


Рис.3.10

Очевидно, що при $T = T_f$ $\cos \omega nT = 1$, $\sin \omega nT = 0$. Рівняння (3.65) зводиться до вигляду $i_1(n, \varepsilon) = I_0 \sin(\omega \varepsilon T - \psi) + e^{\sigma \varepsilon T} i(n)$,

рівняння (3.67) – до вигляду

$$i_2(n, \varepsilon) = I_0 \{ \sin(\omega \gamma_1 T - \psi) e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} - \sin(\omega \varepsilon T - \psi) + e^{\sigma(\varepsilon - \gamma_1)T} i(n) \},$$

а різницеве рівняння (3.68) - до вигляду

$$i_1(n+1)e^{\sigma T} i(n) = Q_1. \quad (3.71)$$

Рішення різничевого рівняння (3.71) також можна одержати відповідним спрощенням рішення (3.69) у наступному вигляді

$$i(n) = e^{\sigma n T} i(0) + \alpha (e^{\sigma n T} - 1),$$

де

$$\alpha = \frac{Q_1(1 - e^{\sigma T})}{1 - 2e^{\sigma T} + e^{2\sigma T}} = -\frac{Q_1(1 - e^{\sigma T})}{(1 - e^{\sigma T})^2} = \frac{Q_1}{1 - e^{\sigma T}},$$

звідки

$$i(n) = e^{\sigma n T} i(0) + \frac{1 - e^{\sigma n T}}{1 - e^{\sigma T}} Q_1.$$

4. РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНИХ СХЕМ НА ОСНОВІ ГРАФА ЗМІНИ СТАНІВ

Метод розрахунку перетворювальних схем на основі графа зміни станів тісно пов'язаний з методом різницевих рівнянь і призначений для дослідження процесів у схемах зі змінною структурою і змінними параметрами.

Метод не містить етапу складання і рішення в явному вигляді системи різницевих рівнянь завдяки використанню поняття графа зміни станів.

4.1. Розрахунок перехідних процесів

Вихідними даними для розрахунку є значення змінних стану (3.14), обчислені в моменти закінчення відповідних інтервалів сталості структури схеми:

$$x(n - \gamma_i) = D_i(\varepsilon - \gamma_{i-1})x(n - \gamma_{i-1}) + G_i(\gamma - \gamma_{i-1})f(n)f_0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Позначимо $f = f(n)f_0$ і розпишемо останній вираз в такий спосіб

$$\begin{aligned} x(n + \gamma_1) &= D_1(\gamma_1)x(n) + G_1(\gamma_1)f; \\ x(n + \gamma_2) &= D_2(\gamma_2 - \gamma_1)x(n + \gamma_1) + G_1(\gamma_2 - \gamma_1)f; \end{aligned} \quad (4.1)$$

...

$$\begin{aligned} x(n + \gamma_{m-1}) &= D_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2})x(n + \gamma_{m-2}) + G_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2})f; \\ x(n + 1) &= D_m(1 - \gamma_{m-1})x(n + \gamma_{m-1}) + G_m(1 - \gamma_{m-1})f. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Перетворимо рівняння (4.1)-(4.2) за допомогою Z-перетворення

$$\begin{aligned} x(n + \gamma_1) &= D_1(\gamma_1)x(z) + G_1(\gamma_1)F(z); \\ x(n + \gamma_2) &= D_2(\gamma_2 - \gamma_1)x(n + \gamma_1) + G_2(\gamma_2 - \gamma_1)F(z); \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} x(n + \gamma_{m-1}) &= D_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2})x(n + \gamma_{m-2}) + G_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2})F(z); \\ zX(z) - zx(0) &= D_m(1 - \gamma_{m-1})x(n + \gamma_{m-1}) + G_m(1 - \gamma_{m-1})F(z), \end{aligned} \quad (4.4)$$

де $F(z) = F(z)f_0$, а останній з отриманих виразів (4.4) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} X(z) &= zx(0) + (I - zI)x(z) + \\ &D_m(1 - \gamma_{m-1})x(n + \gamma_{m-1}) + G_m(1 - \gamma_{m-1})F(z). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Об'єднаємо рівняння (4.3), (4.5) у матричному записі (з урахуванням початкових умов):

$$X = DX + \Upsilon F(z) + \tilde{I}x(0), \quad (4.6)$$

де

$$X = \begin{pmatrix} x(z) \\ x(n + \gamma_1) \\ x(n + \gamma_2) \\ \dots \\ x(n + \gamma_{m-1}) \end{pmatrix}; \quad \Upsilon = \begin{pmatrix} G_m(1 - \gamma_{m-1}) \\ G_1(\gamma_1) \\ G_2(\gamma_2 - \gamma_1) \\ \dots \\ G_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2}) \end{pmatrix}; \quad \tilde{I} = \begin{pmatrix} zI \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} I - zI & 0 & 0 & D_m(1 - \gamma_{m-1}) \\ D_1(\gamma_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_2(\gamma_2 - \gamma_1) & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & D_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2}) & 0 \end{pmatrix}.$$

Для перетворювача зі n_X змінними стану n_E зовнішніми впливаючими джерелами і m інтервалами сталості структури на періоді елементи рівняння (4.6) мають наступні розмірності: вектор $x - [mn_X + 1]$, матриця $D - [mn_X \times mn_X]$, матриця $\Upsilon - [mn_X \times n_E]$, матриця $\tilde{I} - [mn_X \times n_X]$.

Вираз (4.6) являє собою систему рівнянь у причинно-наслідковій формі. Сопоставимо їй спрямований (сигнальний) граф, який назвемо графом зміни стану, виходячи з наступного.

Вхідними вузлами графа вважаємо вузли $F_r(z)$ ($r = \overline{1, n_E}$) і $x_s(0)$ ($s = \overline{1, n_X}$). Вихідні вузли графа вважаємо вузли $x_j(z)$ ($j = \overline{1, n_X}$). Ваги віток сигнального графа визначаються на перетинанні відповідних рядків і стовпців коефіцієнтів D, Υ і \tilde{I} . Граф будується відповідно до правил побудови сигнального графа по системі рівнянь [23, 24].

Позначення вузлів графа - це позначення елементів векторів $X, F(z)$ і $x(0)$, у такому вигляді, як вони записані в рівнянні (4.6).

Для встановлення простого взаємозв'язку вагів гілок графа і елементів коефіцієнтів D, Υ і \tilde{I} вводиться наскрізна нумерація вузлів графа зміни станів. Номера з I по mn_X привласнюються вузлам, що відповідають

елементам вектора x в порядку їхнього проходження в ньому. Номера з $mn_X + 1$ по $mn_X + n_E$ привласнюються вузлам джерел зовнішніх впливів у порядку їхнього запису у векторі $F(z)$. Номера з $mn_X + n_E + 1$ по $(m + 1)n_X + n_E$ привласнюються вузлам джерел початкових значень змінних стану $x(0)$.

Наприклад, для перетворювача з двома змінними стану одним впливаючим джерелом період роботи якого складається із двох інтервалів, елементи рівняння (4.6) мають вигляд

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1(z) \\ x_2(z) \\ x_1(n + \gamma_1) \\ x_2(n + \gamma_1) \end{Bmatrix}; \quad Y = \begin{Bmatrix} g_{15} \\ g_{25} \\ g_{35} \\ g_{45} \end{Bmatrix}; \quad \tilde{I} = \begin{Bmatrix} z & 0 \\ z & 0 \\ 0 \end{Bmatrix};$$

$$D = \begin{Bmatrix} 1-z & 0 & d_{31} & d_{41} \\ 0 & 1-z & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & & \\ d_{41} & d_{42} & & 0 \end{Bmatrix}; \quad x(0) = \begin{Bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{Bmatrix}.$$

Граф зміни стану цього перетворювача зображений на рис. 4.1 [25].

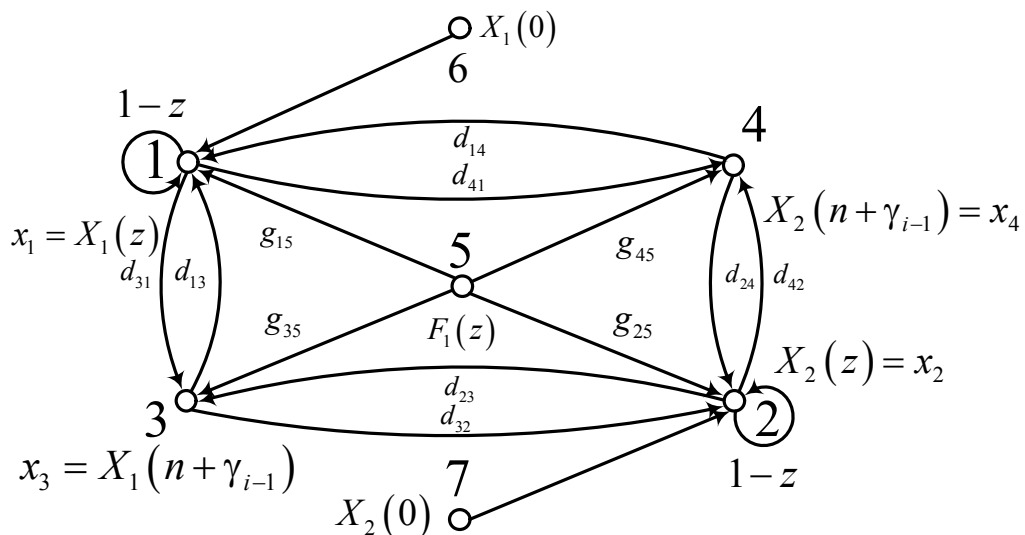


Рис. 4.1

Для знаходження рішення системи різницевих рівнянь по графу зміни станів обчислимо коефіцієнти передачі [18]

$$N_{rg} = \frac{X_g}{F_r(z)}; \quad N_{pg} = \frac{X_g}{X_p(z)}$$

між вхідними і вихідними вузлами по формулі Мезона [23,24]

$$N_{rg} = \frac{1}{\Delta} \sum_S \Delta_{gs} g_{sr},$$

де Δ - визначник графа; g_{sr} є Δ_{gs} - передача шляху від S -ї до

r -ї вершини та відповідне цьому шляху алгебраїчне доповнення

і результат запишемо у вигляді

$$X(z) = \tilde{S}_0(z)x(0) + S(z)F(z),$$

де $\tilde{S}_0(z)$ і $S(z)$ - матриці коефіцієнтів передачі:

$$S(z) = \begin{pmatrix} N_{(z+1)1} & N_{(z+2)1} & \dots & N_{(z+n_E)1} \\ N_{(z+1)2} & N_{(z+2)1} & \dots & N_{(z+n_E)2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{(z+1)n_X} & N_{(z+2)n_X} & \dots & N_{(z+n_E)n_X} \end{pmatrix};$$

$$\tilde{S}_0(z) = \begin{pmatrix} N_{(\rho+1)1} & N_{(\rho+2)1} & \dots & N_{(\rho+n_X)1} \\ N_{(\rho+1)2} & N_{(\rho+2)1} & \dots & N_{(\rho+n_X)2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{(\rho+1)n_X} & N_{(\rho+2)n_X} & \dots & N_{(\rho+n_X)n_X} \end{pmatrix};$$

$Z = mn_X$; $\rho = mn_X + n_E$. Якщо покласти $\tilde{S}(z) = S(z)F(z)$, то маємо

$$X(z) = \tilde{S}_0(z)x(0) + \tilde{S}(z)f_0 \quad (4.7)$$

- операторне зображення рішення системи різницевих рівнянь. Після обчислення оригіналів $\tilde{S}_0(n) = Z^{-1}\{\tilde{S}_0(z)\}$; $\tilde{S}(n) = Z^{-1}\{\tilde{S}(z)\}$ - знаходимо аналітичне рішення (4.21) системи різницевих рівнянь.

Видно, що, незважаючи на те, що сама система різницевих рівнянь (4.20) у процесі розрахунків так і не була складена, її рішення отримане по графу зміни стану на підставі формули Мезона.

Граф зміни станів може бути складений безпосередньо по рівняннях (4.3), (4.5) без приведення їх до причинно-наслідкової форми (4.6). Як і у попередньому випадку, вхідні вузли графа $F_r(z)$ ($r = \overline{1, n_E}$) і $X_S(0)$ ($S = \overline{1, n_X}$), а вихідні - $X_j(z)$ ($j = \overline{1, n_X}$).

Ваги віток, спрямованих від вузлів $X_j(z)$, $F_r(z)$ до вузлів $x_k(n + \gamma_1)$ ($k = \overline{1, n_X}$), знаходяться з матричних коефіцієнтів $D_1(\gamma_1)$ і $G_1(\gamma_1)$. Ваги віток, спрямованих від вузлів $X_l(n + \gamma_{i-1})$ ($l = \overline{1, n_X}$) і $F_r(z)$ до вузлів $x_k(n + \gamma_1)$ для $i = \overline{2, m-1}$, визначаються по відповідних коефіцієнтах $D_i(\gamma_1 - \gamma_{i-1})$ і $G_i(\gamma_1 - \gamma_{i-1})$. Ваги віток, спрямованих від вузлів $X_S(0)$, $x_l(n + \gamma_{m-1})$ і $F_r(z)$ до вузлів $X_j(z)$ визначаються за коефіцієнтами рівняння (4.5). У вузлах $X_j(z)$ як впливає з виразу (4.5), встановлюються петлі з вагою $1 - z$.

Обчисливши по побудованому таким способом графу зміни станів коефіцієнти передачі від вхідних вузлів до вихідних, знаходимо операторне зображення (4.7), а потім і оригінал (3.21) рішення системи різницевих рівнянь.

Часто необхідно обчислити початкові умови якої-небудь одної змінної стану. Використання методу різницевих рівнянь приводить до того, що незважаючи на визначення рішення тільки для однієї змінної, за допомогою матричних множень і додавань формується вся система різницевих рівнянь. У розглянутому методі складання системи різницевих рівнянь не робиться, тому знаходження рішення для одної змінної стану відповідає обчисленню коефіцієнта передачі тільки між однією парою вхідних і вихідних вузлів, що значно зменшує об'єм обчислень.

Таким чином, застосування графа зміни станів дозволяє виключити складання і вирішення в явному вигляді системи різницевих рівнянь схеми перетворювача зі змінною структурою, а також забезпечує одержання рішень для різних змінних незалежно одне від одного.

4.2. Розрахунок усталених процесів

Граф зміни станів можна скласти і при дослідженні усталених процесів у перетворювачі з постійними або періодичними джерелами, описуваними виразом (3.25). У цьому випадку рівняння (3.2) має вигляд [26,5]

$$x(n) = D_m (1 - \gamma_{m-1}) x(n + \gamma_{i-1}) + G_m (1 - \gamma_{m-1}) f, \quad (4.8)$$

а вектор $f = f_0$.

Складаємо систему, рівнянь у причинно-наслідковій формі по виразах (4.1), (4.8) без переходу до операторних зображень

$$X = Dx + \Upsilon f, \quad (4.9)$$

$$\text{де } X = \begin{pmatrix} x(n) \\ x(n + \gamma_1) \\ x(n + \gamma_2) \\ \dots \\ x(n + \gamma_{m-1}) \end{pmatrix}; \quad \Upsilon = \begin{pmatrix} G_m (1 - \gamma_{m-1}) \\ G_1(\gamma_1) \\ G_2(\gamma_2 - \gamma_1) \\ \dots \\ D_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2}) \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & D_m(1 - \gamma_{m-1}) \\ D_1(\gamma_1) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & D_2(\gamma_2 - \gamma_1) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D_{m-1}(\gamma_{m-1} - \gamma_{m-2}) & 0 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти D в рівняннях (4.6) і (4.9) відрізняються лише субматрицею $I - zI$, а коефіцієнти Υ збігаються.

Як вхідні вузли графа зміни станів вибираємо вузли $f_r (r = \overline{1, n_E})$, а в якості вихідних – вузли $x_j(n) (j = \overline{1, n_X})$. Граф зміни станів будується відповідно до правил побудови сигнального графа по системі рівнянь (4.9) [23, 24] або способом, викладеним по рівняннях (4.1), (4.8).

Наприклад, граф зміни станів для визначення початкових умов змінних стану для розглянутої схеми, складений по системі рівнянь (4.9) у якій

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(z) \\ x_2(z) \\ x_1(n + \gamma_1) \\ x_2(n + \gamma_1) \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & d_{31} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & 0 \\ d_{14} & d_{24} & 0 \end{pmatrix},$$

зображений на рис. 4.2 [5].

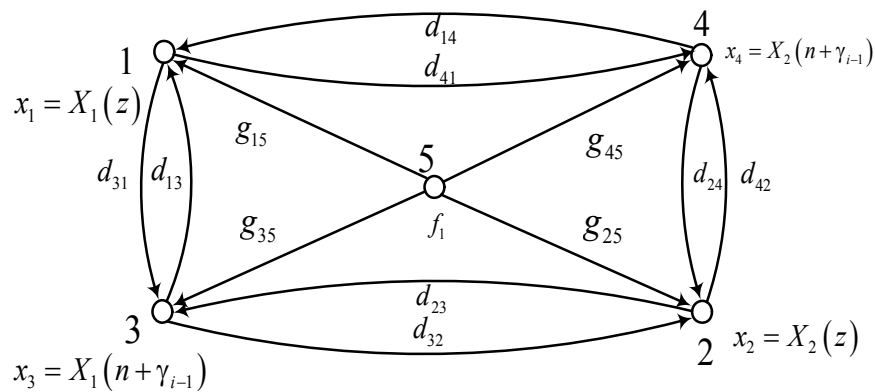


Рис. 4.2

Обчисливши по побудованому графу коефіцієнти передачі від вхідних до вихідних вузлів, одержимо початкові умови змінних стану для усталеного режиму:

$$x_{уст} = x(n) = \tilde{S}_C f = \tilde{S}_C f_0, \quad (4.10)$$

де \tilde{S}_C - матриця коефіцієнтів передачі.

Розходження графів зміни стану при аналізі перехідних і усталених режимів, як впливає з вигляду систем рівнянь, які їх описують, полягає в наступному. Вузлам $x_j(z)$ першого графа відповідають вузли $x_j(n)$ другого. На другому графі відсутні вузли $x_p(0)$ і петлі вузлів $x_s (s = \overline{1, n_x})$. Це дозволяє просто здійснювати перехід від одного графа, до іншого, не використовуючи додатково відповідну систему рівнянь.

Початкові умови усталеного режиму $x_{уст}$ (4.10), як і операторні зображення початкових умов перехідного режиму, знайдені по відповідному графу зміни станів без складання і вирішення в явному вигляді в часовій області системи різницевих рівнянь.

Приклад 1.

Розрахувати ustalений струм навантаження інвертора (рис.4.3), що був розрахований методами припасовування та різницевих рівнянь.

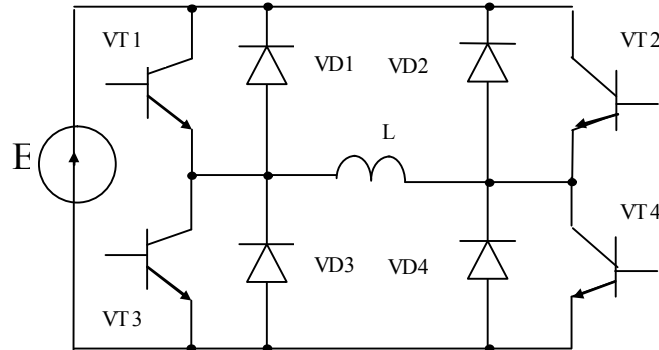


Рис.4.3

Рівняння стану схеми інвертора і їхнього рішення (2.4), (2.5) були отримані в підрозділі. 2.1 і використані в розрахунку методом різницевих рівнянь. Ці рівняння (3.35), (3.36) візьмемо в якості вихідних при розрахунку методом графа зміни станів.

Обчислимо коефіцієнти рівнянь (3.35), (3.36) у моменти закінчення інтервалів безперервності впливу і запишемо їх у вигляді виразів (4.1), (4.8)

$$i(n + \gamma_1) = e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T} i(n) + \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T} \right) E; \quad (4.11)$$

$$i(n) = e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T} i(n + \gamma_1) + \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T} \right) E; \quad (4.12)$$

де враховано, що $\gamma_0 = 0$, $\gamma_2 = 1$.

По виразах (5.11), (5.12) складемо систему рівнянь у причинно-наслідковій формі (4.9)

$$\begin{pmatrix} i(n) \\ i(n + \gamma_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T} \\ e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i(n) \\ i(n + \gamma_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T}) \\ \frac{1}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T}) \end{pmatrix} E \quad (4.13)$$

Побудуємо по системі рівнянь (4.13) граф зміни станів.

Він містить три вершини: перша - $i(n)$, друга - $i(n + \gamma_1)$, третя - E (по числу елементів векторів x і f). Вершини графа (рис. 4.4) зв'язані вітками, ваги яких зазначені на перетинанні відповідних рядків і стовпців системи (4.13). Від вершини $i(n + \gamma_1)$ до вершини $i(n)$ йде вітка з вагою $e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T}$ (перший рядок

матриці D), від вершини $i(n)$ до вершини $i(n + \gamma_1)$ йде вітка із вагою $-e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T}$ (другий рядок матриці D). Вершина E пов'язана з вершинами $i(n)$ і $i(n + \gamma_1)$ вітками з вагами $-(1 - e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T})/R$ (перший рядок вектора Υ). Граф містить чотири вітки – по числу ненульових елементів D , Υ .

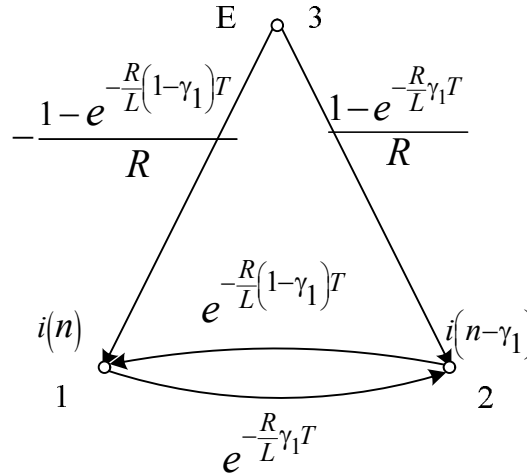


Рис. 4.4

По побудованому графу зміни станів (рис. 4.4) визначимо рішення різницевого рівняння (3.38) інвертора для усталеного режиму у вигляді

$$i(n) = N_{31}E,$$

де N_{31} - коефіцієнт передачі від третьої вершини (E), до першого ($i(n)$).

Коефіцієнт N_{31} шукаємо за допомогою формули Мезона [23, 18, 24].

Граф має тільки один контур з передачею $L_1 = e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T} e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T}$. Із третьої

вершини в першу два шляхи. Один має передачу $P_{31,1} = \left(1 - e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T}\right) / R$;

інший - $P_{31,2} = e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T}\right) / R$. З огляду на, що контур стикається з

обом шляхами, по формулі Мезона запишемо

$$i(n) = \frac{P_{31,1} + P_{31,2}}{1 - L_1} E = \frac{-\left(1 - e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T}\right) + e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T}\right)}{1 - e^{-\frac{R}{L}\gamma_1 T} e^{-\frac{R}{L}(1-\gamma_1)T}} \frac{E}{R}.$$

Оскільки $\gamma_1 = \frac{1}{2}$, то перетворимо це вираз в такий спосіб:

$$\begin{aligned}
 i(n) &= \frac{-\left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}\right) + e^{\frac{RT}{L^2}} \left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}\right)}{1 - e^{-\frac{RT}{L}}} \frac{E}{R} = \\
 &= \frac{\left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}\right) \left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}\right) \left(1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}\right)} \frac{E}{R} = \frac{E}{R} \frac{1 - e^{-\frac{RT}{L^2}}}{1 + e^{-\frac{RT}{L^2}}}. \tag{4.14}
 \end{aligned}$$

Отримане рішення (4.14) різницевого рівняння збігається з рішенням (3.46), отриманим методом різницевого рівнянь. Отже, підставляючи це рішення в рівняння (3.35), (3.37), одержуємо усталений струм (3.44), (3.45).

Зрівняємо послідовність рішення даного приклада методом графа зміни стану с раніше розглянутим методом різницевого рівнянь.

У методі різницевого рівнянь після знаходження рішень рівнянь стану було складено різницеве рівняння, визначено алгебраїчне рівняння шляхом заміни $i(n+1)$ на $i(n)$, обчислено рішення алгебраїчного рівняння, що було підставлено в рішення рівнянь стану. У методі графа зміни станів після знаходження рішень рівнянь стану був складений граф зміни стану і знайдені коефіцієнти передачі по графу, тобто етапи складання і рішення в явному вигляді різницевого рівняння замінені побудовою графа і обчисленням коефіцієнтів передачі, причому об'єм обчислень тут зменшився.

Приклад 2.

Розрахувати розмах вихідної напруги широтно-імпульсного перетворювача для формування пилкоподібної напруги (рис.4.5,а).

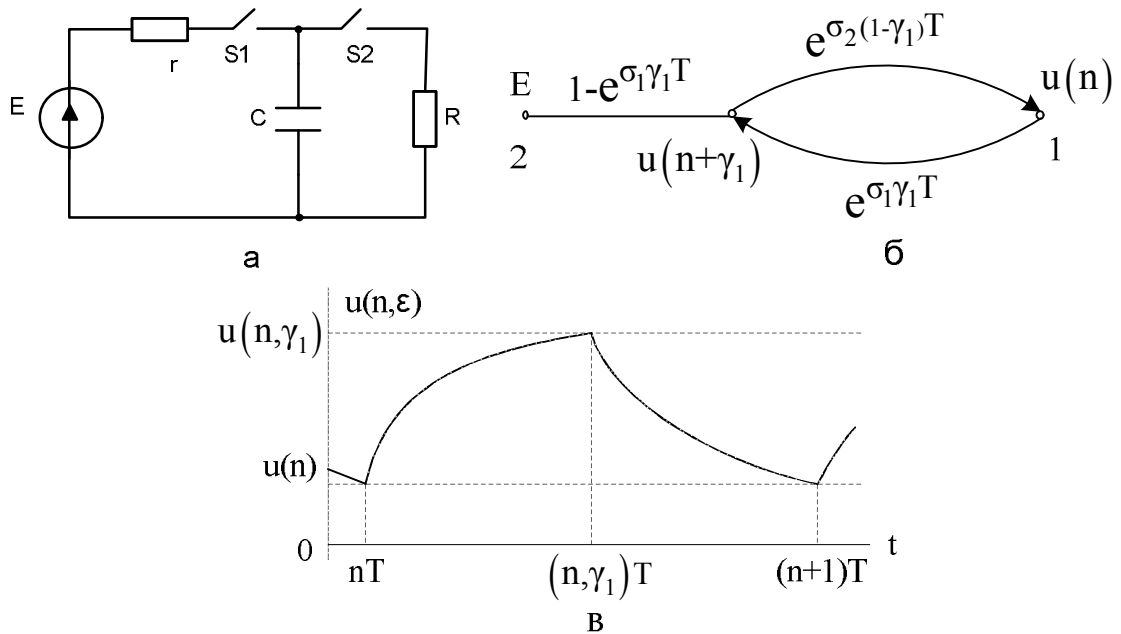


Рис.4.5

Період роботи формувача складається із двох інтервалів: на першому відбувається заряд конденсатора С від джерела Е, на другому - розряд на резистор R (ключі S1 і S2 працюють у противофазі).

Рівняння стану мають рішення: на першому інтервалі

$$u_1(n, \varepsilon) = e^{\sigma_1 \varepsilon T} u(n) + (1 + e^{\sigma_1 \varepsilon T}) E; \quad (4.15)$$

на другому інтервалі

$$u_2(n, \varepsilon) = e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} u(n + \gamma_1), \quad (4.16)$$

де $\sigma_1 = -1/rC$; $\sigma_2 = -1/RC$;

Обчислимо коефіцієнти цих рівнянь у моменти закінчення міжкомутаційних інтервалів і запишемо їх у вигляді виразів (4.1)-(4.2):

$$u(n + \gamma_1) = e^{\sigma_1 \gamma_1 T} u(n) + (1 + e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) E; \quad (4.17)$$

$$u(n + 1) = e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T} u(n + \gamma_1). \quad (4.18)$$

Складемо по виразах (4.17)–(4.18) систему рівнянь у причинно-наслідковій формі (4.6), вважаючи, що $u(0) = 0$,

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} U(z) \\ u(n + \gamma_1) \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{cc} 1 - z & e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T} \\ e^{\sigma_1 \gamma_1 T} & 0 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{l} U(z) \\ u(n + \gamma_1) \end{array} \right\| + \\ &+ \left\| \begin{array}{l} 0 \\ 1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T} \end{array} \right\| \frac{z}{z - 1} E, \end{aligned} \quad (4.19)$$

де $U(z) = z\{u(n)\}$; $\frac{z}{z-1}E = z\{E\}$.

Відповідній системі (4.19) граф зміни стану містить три вершини: $U(z)$, $u(n + \gamma_1)$, E (по числу елементів векторів x_i ; $F(z)$) і чотири галузі (по числу ненульових елементів матриць D , Υ) і зображений на рис. 4.5,б.

Операторне зображення рішення різницевого рівняння (4.7) записуємо у вигляді

$$U(z) = N_{21}F(z) = N_{21}\frac{z}{z-1}E, \quad (4.20)$$

де N_{21} - коефіцієнт передачі із другої вершини графа (рис. 4.5,б) у першу, котрий визначається за допомогою формули Мезона.

Передачі контурів графа $L_1 = e^{\sigma_1\gamma_1 T} e^{\sigma_2(1-\gamma_1)T}$; шляхів із другої вершини в першу $P_{21,1} = (1 - e^{\sigma_1\gamma_1 T}) e^{\sigma_2(1-\gamma_1)T}$. З огляду на, що $L_1 \rightarrow P_{21,1}$, одержуємо зображення (4.20) у вигляді

$$U(z) = \frac{z}{(z-1)(z-L_1)} P_{21,1} E, \quad (4.21)$$

маюче оригінал

$$u(n) = \frac{1-L_1^n}{1-L_1} P_{21,1} E. \quad (4.22)$$

Розмах вихідної напруги, як видно з рис.4.5,в,

$$\Delta u = u(n + \gamma_1) - u(n). \quad (4.23)$$

Значення $u(n + \gamma_1)$ одержуємо з рівнянь (4.17) і (4.22)

$$u(n + \gamma_1) = \left[\left(\frac{1-L_1^n}{1-L_1} P_{21,1} - 1 \right) e^{\sigma_1\gamma_1 T} + 1 \right] E. \quad (4.24)$$

Розмах вихідної напруги одержуємо, підставляючи в рівняння (4.23) вирази (4.22) і (4.24),

$$\Delta u(n) = \left[\left(\frac{1-L_1^n}{1-L_1} P_{21,1} - 1 \right) e^{\sigma_1 \gamma_1 T} + 1 - \frac{1-L_1^n}{1-L_1} P_{21,1} \right] E.$$

В усталеному режимі (при $n \rightarrow \infty$)

$$\Delta u = (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) \left(1 - \frac{P_{21,1}}{1-L_1} \right) E = (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) \frac{1 - e^{\sigma_2(1-\gamma_1)T}}{1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T + \sigma_2(1-\gamma_1)T}}.$$

При вирішенні даного завдання операторне зображення (4.20) і оригінал (4.21) рішення різницевого рівняння отримані без складання самого різницевого рівняння.

Приклад 3.

Розрахувати значення індуктивності дроселя, що забезпечує режим безперервного струму заряду акумуляторної батареї в широтно-імпульсному перетворювачі (4.6, а), при моделюванні транзистора і діода RS-моделлю з урахуванням падіння напруги на дроселі.

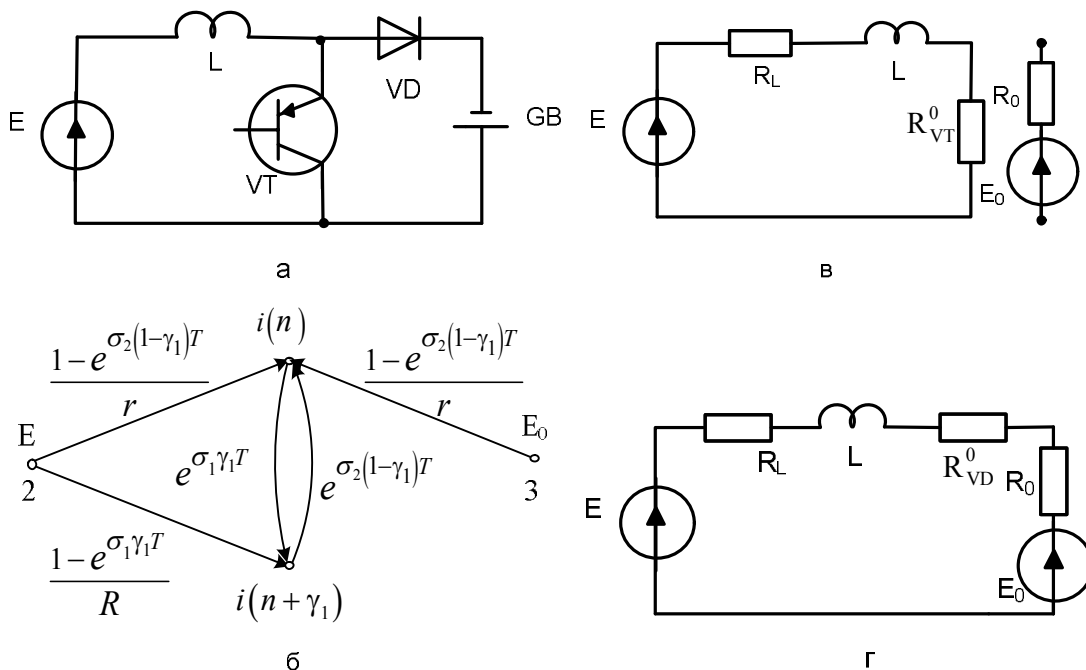


Рис. 4.6

Режим переривчастого струму дроселя відповідає випадку, коли початкові умови струму для періоду усталеного режиму $i(n)$ дорівнюють нулю. Тому для вирішення даного завдання знайдемо опис початкових умов струму за допомогою графа зміни стану, а потім з умови рівності їх нулю визначимо відповідне значення індуктивності.

Період роботи ШПП складається із двох інтервалів. На першому інтервалі транзистор VT відкритий, а діод VD закритий, на другому - навпаки. Еквівалентні схеми ШПП для цих інтервалів зображені на рис. 4.6 в і г, де $R_L, R_{VT}^0, R_{VD}^0, R_0$ - внутрішні опори дроселя, транзистора, діода і акумуляторної батареї, E_0 - ЕРС акумулятора.

Рішення рівнянь стану схеми ШПП на інтервалах мають вигляд

$$i_1(n, \varepsilon) = e^{\sigma_1 \varepsilon T} i(n) + (1 - e^{\sigma_1 \varepsilon T}) E / R; \quad (4.25)$$

$$i_2(n, \varepsilon) = e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T} i(n + \gamma_1) + (1 - e^{\sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T}) (E - E_0) / r, \quad (4.26)$$

де $\sigma_1 = -R/L$; $\sigma_2 = -r/L$; $R = R_L + R_{VT}^0$; $r = R_L + R_{VD}^0 + R_0$, а їх значення в моменти комутації відповідно до виразів (4.1), (4.8)

$$i(n + \gamma_1) = e^{\sigma_1 \gamma_1 T} i(n) + (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) E / R;$$

$$i(n) = e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T} i(n + \gamma_1) + (1 - e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T}) E / r + (1 - e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T}) E_0 / r.$$

Система рівнянь у причинно-наслідковій формі (4.9) в цьому випадку:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{c} i(n) \\ i(n + \gamma_1) \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{cc} 0 & e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T} \\ e^{\sigma_1 \gamma_1 T} & 0 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} i(n) \\ i(n + \gamma_1) \end{array} \right\| + \\ &+ \left\| \begin{array}{cc} (1 - e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T}) / r & (1 - e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T}) / r \\ (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) / R & 0 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} E \\ E_0 \end{array} \right\|, \end{aligned} \quad (4.27)$$

відповідає графові зміни станів, що містить, чотири вершини і п'ять віток (4.6, б).

Початкові умови струму дроселя для усталеного режиму шукаємо в формі

$$i(n) = \left\| \begin{array}{cc} N_{21} & N_{31} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} E \\ E_0 \end{array} \right\|, \quad (4.28)$$

де N_{21} і N_{31} - коефіцієнти передачі, що обчислюють по графу зміни станів на основі формули Мезона. Граф містить один контур з передачею $L_1 = e^{\sigma_1 \gamma_1 T} e^{\sigma_2 (1 - \gamma_1) T}$ і три шляхи із другої і третьої вершин в першу з

передачами:

$$P_{21,1} = (1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T} / R; \quad P_{21,2} = (1 - e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T}) / r; \quad P_{31,1} = (1 - e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T}) / r.$$

Враховуючи, що контур стикається з усіма шляхами, одержуємо

$$N_{21} \frac{(1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T} / R + (1 - e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T}) / r}{1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T + \sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T}};$$

$$N_{31} \frac{(1 - e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T}) / r}{1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T + \sigma_2 (\varepsilon - \gamma_1) T}}.$$

Оскільки знаменник коефіцієнтів передачі N_{21}, N_{31} не може дорівнювати нулю, то прирівнюємо до нуля тільки чисельник $i(n)$:

$$\begin{aligned} & \left[(1 - e^{\sigma_1 \gamma_1 T}) e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T} / R + (1 - e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T}) / r \right] E - \\ & - \left[(1 - e^{\sigma_2 (1-\gamma_1) T}) / r \right] E_0 = 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

і, представивши експонентні функції двома членами статежного ряду, одержуємо

$$L \geq \frac{E \left[R\gamma^2 + 2r\gamma(1-\gamma) + r(1-\gamma)^2 - E_0 r(1-\gamma)^2 \right]}{2 \left[E - E_0(1-\gamma) \right]} \quad (4.30)$$

Виконання умови (4.29) гарантує в рамках прийнятих допущень існування режиму безперервного струму заряду акумуляторної батареї.

ЛІТЕРАТУРА

1. В.С.Руденко, В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик Методы расчета преобразовательных схем – Киев: КПИ 1985.
2. Глазенко Т.А., Гончаренко Р.Б. Полупроводниковые преобразователи частоты в электроприводах. – М.: Энергия, 1969.-189с.
3. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразованию Лапласа и Z-преобразования. – М. : Наука,1971. – 288с.
4. Жуйков В.Я. Методы анализа преобразовательных устройств, ориентированные на определенные классы схем. – Техническая электродинамика, 1983, №2, с.33-39.
5. В.Я. Жуйков, И.Е. Коротеев, В.Е. Сучик Применение направленных графов к расчету установившихся режимов работы преобразовательных устройств. – В кн.: Проблемы преобразовательной техники. – Киев: ИЭД АН УССР, 1979, ч.2, с.198-202.
6. В.Я. Жуйков, И.Е. Коротеев, В.Е. Сучик Алгоритм анализа электрических схем с переменной структурой. –Электричество, 1981, №3, с.35-39.
7. Методические указания и контрольные задания по курсу «Методы расчета преобразовательных схем» / Сост.: В.Я. Жуйков, И.Е. Коротеев, В.Е. Сучик - Киев: КПИ, 1983. – 56с.
8. В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик Способы анализа схем вентильных преобразователей с переменной структурой и произвольными воздействующими источниками методом разностных уравнений. – Киев, 1982. – 47с. – Деп. В УкрНИИНТИ №3879Ук-Д82.
9. В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик Анализ процессов в преобразователях с некрратным соотношением периодов работы ключей и внешних воздействий. – В кн.: Повышение качества электрической энергии. – Киев: Наук. думка, 1983. – с.126-131.
10. В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик Анализ электромагнитных процессов в вентильных преобразователях при непериодических воздействиях. – В кн.: Устройства электропитания со стабилизированными параметрами. – Киев: Наук. думка, 1983. – с.14-20.1
11. Ильин В.Н. Основы автоматизации схемотехнического проектирования. – М.: Энергия, 1979. – 392с
12. Конев Ф. Б. Моделирование вентильных преобразователей на вычислительных машинах. – М.: Информэлектро, 1976. – 84с.
13. Мартыненко В.С.Операционное исчисление. – Киев: Вища школа, 1973. – 267с.

14. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – М.: Энергия, 1975. – 752с.
15. В.С.Руденко, В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик Методы анализа для автоматизированного проектирования вентильных преобразователей. – Киев: Знание, 1983. – 16с.
16. Руденко В.С., Сенько В.И., Чиженко И.М. Преобразовательная техника. – Киев: Вища школа, 1978. – 434с.
17. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. – М.: Советскоерадио, 1976. – 608с.
18. Сучик В.Е. Вычисление коэффициентов передачи направленного графа при анализе вентильных преобразователей. – Вестн. Киев. политехн. ин-та Радиоэлектроника, 1981, вып.18, с.13-18.
19. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. – М.: Физмат – гиз, 1963. – 968с.
20. Чиженко И.М., Руденко В.С., Сенько В.И. Основы преобразовательной техники. – М.: Высш. шк., 1974. – 430с.
21. Руденко В.С., Денисов И.А. Импульсные преобразователи и стабилизаторы на тиристорах. – Киев: Техніка, 1972. – 115с.
22. В.С.Руденко, В.Я. Жуйков, И.Е. Коротеев Расчет устройств преобразовательной техники. – Киев: Техніка, 1980. – 135с.
23. Мезон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. – М.: ИИЛ, 1963. – 619с.
24. Чиженко И.М., Терновой В.М. Матрично-топологические методы анализа электрических цепей. – Киев: КПИ, 1982. – 107с.
25. В.С.Руденко, В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик Анализ и синтез преобразователей с постоянной и переменной структурой. – Киев: 1983. – 65с. (Предпринт/ ИЭД АН УССР:340)
26. В.Я. Жуйков, И.Е. Коротеев, В.Е. Сучик Расчет установившегося режима вентильных преобразователей с помощью направленных графов. – Известия вузов СССР – Энергетика, 1979, №5, с.37-43.